

# Industriell reglerteknik: Föreläsning 8

Martin Enqvist

Reglerteknik  
Institutionen för systemteknik  
Linköpings universitet

# Föreläsningar

1	Sekvensstyrning: Funktionsdiagram, Grafcet.
2	Grundläggande reglerteori i diskret tid.
3	Modellering. Design av regulatorer.
4	Framkoppling från referenssignal. PID-regulatorn.
5	PID-regulatorn. Implementering av regulatorer.
6	Regulatorer i drift. Olinjära regulatorer.
7	Regulatorstrukturer.
8●	Regulatorstrukturer. MPC: Grundprincip, problemformulering.
9	MPC: Problemformulering, referensföljning, I-verkan.
10	MPC: Stabilitet.
11	Gästföreläsning
12	MPC: Tolkningar. Sammanfattning.

## Regulatorstrukturer (forts.)

# Repetition: Regulatorstrukturer

- Framkoppling från störning (Idé: Kompensera för störningar redan innan de har givit fel i utsignalen)
- Kaskadreglering (Idé: Utnyttja en extra mätsignal i en inre, snabb reglerkrets)
- Kvotreglering (Idé: Håll kvoten mellan två processvariabler konstant mha. reglering)
- Mitthållningsreglering (Idé: Fördela regleruppgifterna så att ett snabbt och noggrant ställdon oftast ligger i mitten av sitt arbetsområde)
- Split-range-reglering (Idé: Dela upp arbetsområdet mellan två ställdon)

# Fördelar med lämpliga regulatorstrukturval

Ett lämpligt val av regulatorstruktur möjliggör ofta:

- användning av relativt enkla reglerstrategier i de ingående regulatorerna
- enklare inställning av de ingående regulatorerna
- bättre hantering av störningar
- mindre inverkan av modellfel

# Modellbaserad prediktionsreglering – MPC

# MPC

Modellbaserad prediktionsreglering (eng. model predictive control, MPC):

- En avancerad reglerstrategi som fått stort genomslag i industrin under de senaste decennierna.
- Idé: Utnyttja prediktionskraften i processmodellen och optimera styrsignalen online.
- Kan ta hänsyn till bivillkor i det reglerade systemet (t.ex. begränsade styrsignaler, säkerhetsgränser).
- Hanterar enkelt flera in- och utsignaler.
- Intuitiv metod ( $\Rightarrow$  enkel att förklara för operatörer).
- Dock: Beräkningskrävande (och en modell krävs).

# Modell

Tillståndsmodell av ett system (antag  $T_S = 1$ ):

$$x(k+1) = Fx(k) + Gu(k)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

$$z(k) = Mx(k)$$

$$u(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) \\ \vdots \\ u_m(k) \end{bmatrix}$$

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix}$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ \vdots \\ y_p(k) \end{bmatrix}$$

$$z(k) = \begin{bmatrix} z_1(k) \\ \vdots \\ z_{p_z}(k) \end{bmatrix}$$

Här:  $C = I$  oftast



# Linjärvadratisk reglering

Linjärvadratisk reglering (LQR): Bestäm den styrsignal som löser minimeringsproblemet

$$\min_u \sum_{k=0}^{\infty} \|z(k)\|_{Q_1}^2 + \|u(k)\|_{Q_2}^2$$

där  $Q_1 \geq 0$  (positivt semidefinit) och  $Q_2 > 0$  (positivt definit)

Notation:  $\|x\|_Q^2 = x^T Q x$

Resulterar i en optimal tillståndsåterkoppling:  $u(k) = -Lx(k)$   
(MATLAB-lösning: `L=d1qr(F,G,M'*Q1*M,Q2)`)

## Exempel: DC-motor

Betrakta en DC-motor (t.ex. i en liten robotarm).

Modell av motorn:

$$z(t) = \frac{2}{5p^2 + p}u(t)$$

där  $z(t)$  är motorns vinkelutslag och  $u(t)$  är spänningen över motorn.

Antag att spänningen över motorn som mest kan vara 1 V (dvs. att  $|u| \leq 1$ ) och att samplingstiden är  $T_S = 0.1$  s.

## Exempel: DC-motor...

Sampling (zoh) av en tillståndsmodell med  $x = (z \quad \dot{z})^T$  ger det tidsdiskreta systemet:

$$x(k+1) = \begin{pmatrix} 1 & 0.09901 \\ 0 & 0.9802 \end{pmatrix} x(k) + \begin{pmatrix} 0.001987 \\ 0.0396 \end{pmatrix} u(k)$$

$$z(k) = (1 \quad 0) x(k)$$

Antag  $x(0) = (2 \quad 0.3)^T$

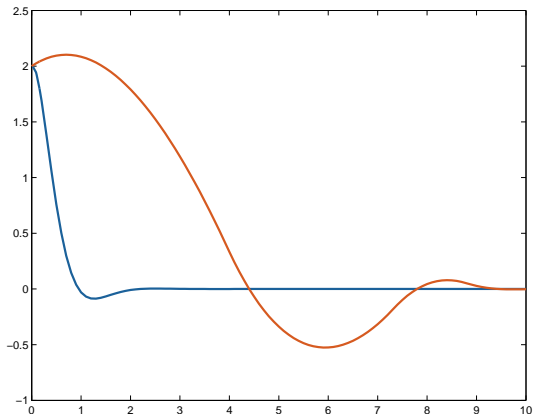
LQR: Lös minimeringsproblemet

$$\min_u \sum_{k=0}^{\infty} \|z(k)\|_{Q_1}^2 + \|u(k)\|_{Q_2}^2$$

där  $Q_1 = 1$  och  $Q_2 = 0.001$ .

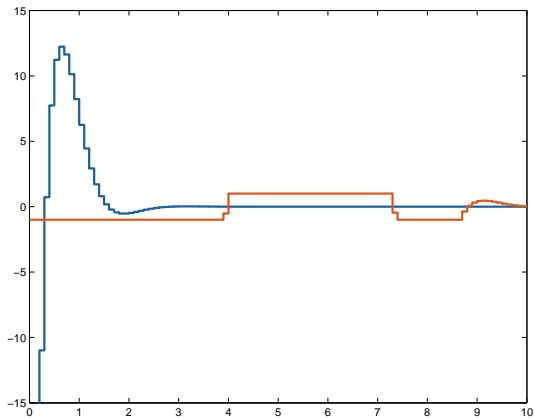
# Exempel: DC-motor med LQR

Den styrda signalen  $z(t)$  utan (blått) och med styrsignalmätning (rött):



# Exempel: DC-motor med LQR...

Styrsignal utan (blått) och med styrsignalmättnig (rött):



## Exempel: Slutsats

Eftersom vi vet att  $|u(k)| \leq 1$  borde vi ha använt kriteriet

$$\min_{|u| \leq 1} \sum_{k=0}^{\infty} \|z(k)\|_{Q_1}^2 + \|u(k)\|_{Q_2}^2$$

för att bestämma  $u$ .

Svårt! (Oändligt många fria variabler, lösningen beror på  $x(0)$ )

Approximativ lösning: MPC (ändlig tidshorisont)

# MPC

Minimeringsproblem i MPC:

$$\min_{u_{min} \leq u \leq u_{max}} \sum_{j=0}^{N-1} \|z(k+j)\|_{Q_1}^2 + \|u(k+j)\|_{Q_2}^2$$

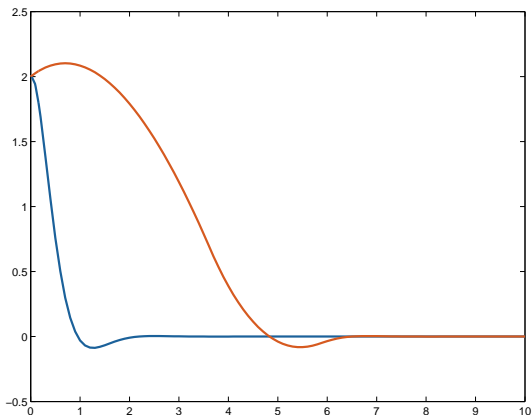
$u(k+j)$ ,  $j = 0, 1, \dots, N-1$  ändligt antal fria variabler (styrsignalsekvensen)

$N$  = prediktionshorisont (designvariabel, väljs vanligen så att man täcker in ett typiskt insvängningsförlopp:  $T_S N \approx$  insvängningstiden för det önskade slutna systemet)

Idé: Lös optimeringsproblemet online (under drift) i tidpunkten  $k$ . Ställ endast ut  $u(k)$ .

# Exempel: DC-motor med MPC

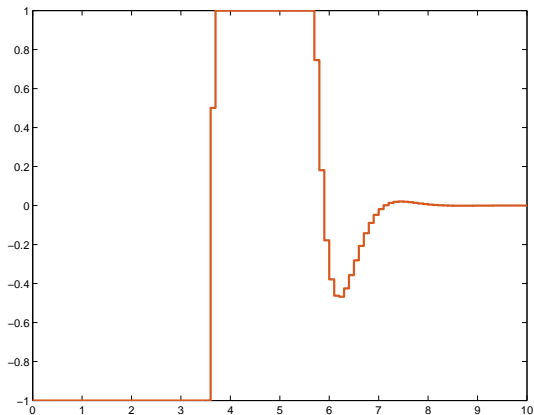
Den styrda signalen  $z(t)$  med LQR utan styrsignalmätning (blått) och med MPC (rött):





# Exempel: DC-motor med MPC...

Styrsignal:



# Sammanfattning

## Regulatorstrukturer

- (Framkoppling från störning, kaskadreglering, kvotreglering, mitthållningsreglering, split-range-reglering)
- Det finns ofta flera tänkbara regulatorstrukturer för ett givet problem

## Modellbaserad prediktionsreglering (MPC):

- Avancerad reglerstrategi med stor industriell relevans
- Idé: Ta fram en optimal (ändlig) styrsignalsekvens genom att prediktera systemets beteende. Använd första styrsignalelementet och gör om optimeringen i nästa sampelintervall.
- Minimeringsproblem i MPC:

$$\min_{u_{min} \leq u \leq u_{max}} \sum_{j=0}^{N-1} \|z(k+j)\|_{Q_1}^2 + \|u(k+j)\|_{Q_2}^2$$

[www.liu.se](http://www.liu.se)