# TENTAMEN I TSRT22 REGLERTEKNIK

SAL:

TID: 2023-10-27 kl. 08:00-13:00

KURS: TSRT22 Reglerteknik

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Svante Gunnarsson, tel. 070-3994847, 013 - 281747

BESÖKER SALEN: cirka kl. 9:30, 11:00 och 12:00

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, 013-282225, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL:

1. *T. Glad & L. Ljung*: "Reglerteknik. Grundläggande teori".
2. *M. Enqvist*: "En introduktion till lärande reglering".
3. Tabeller och formelsamlingar, t.ex.:
   *L. Råde & B. Westergren*: "Mathematics handbook",
   *C. Nordling & J. Österman*: "Physics handbook",
   *S. Söderkvist*: "Formler & tabeller"
   *Division of Automatic Control*: "Laplace table for control theory"
4. Miniräknare.

Normala inläsningsanteckningar får finnas i boken.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Läggs upp i kursrumemt Lisam efter tentan.

VISNING av tentan äger rum 2023-11-29, kl. 12.30–13.00 i Ljungeln, B-huset, ingång 27, A-korridoren till höger.

| | | |
|---|---|---|
| PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER: | betyg 3 | 23 poäng |
| | betyg 4 | 33 poäng |
| | betyg 5 | 43 poäng |

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

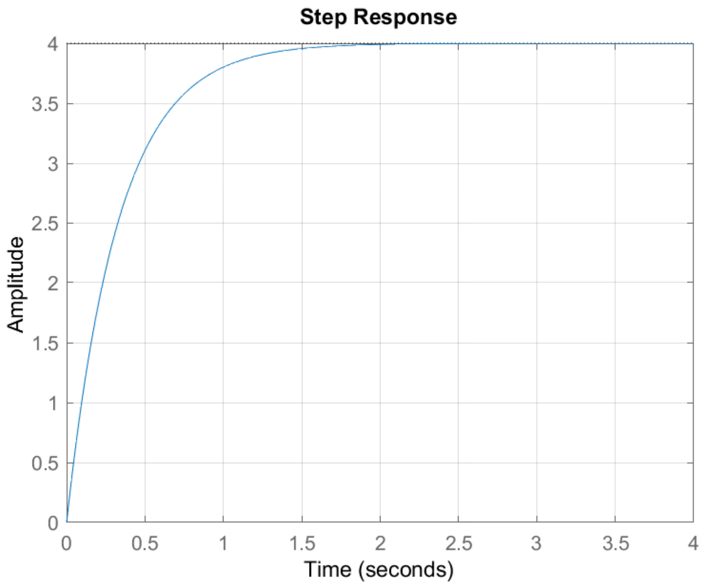
1. (a) Ett system antas kunna beskrivas med modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{b}{s+a}$$

För att bestämma koefficienterna $b$ och $a$ låter man insignalen vara ett steg med amplitud tre. Detta ger utsgnalen enligt figur 1. Ange $b$ och $a$. (3p)




Figur 1: Stegsvar till uppgift 1 a.

(b) Ett system antas kunna beskrivas av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{1}{(0.1s+1)(0.2s+1)}$$

Systemet styrs med en PI-regulator på formen

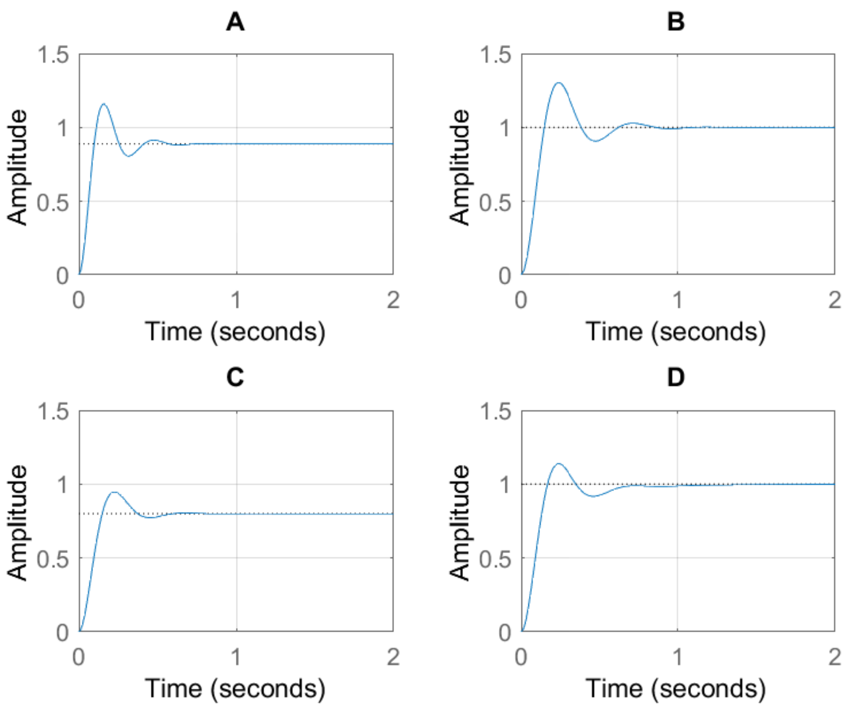
$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau)d\tau$$

där $e(t) = r(t) - y(t)$. Figur 2 visar stegsvaren för det återkopplade systemet, när $r(t)$ är ett enhetssteg, för följande fyra kombinationer av koefficienter.

$$(i) : K_P = 4, K_I = 0 \quad (ii) : K_P = 8, K_I = 0$$

$$(iii) : K_P = 4, K_I = 10 \quad (iv) : K_P = 4, K_I = 20$$

Kombinera koefficientvärdena med figurerna. (4p)



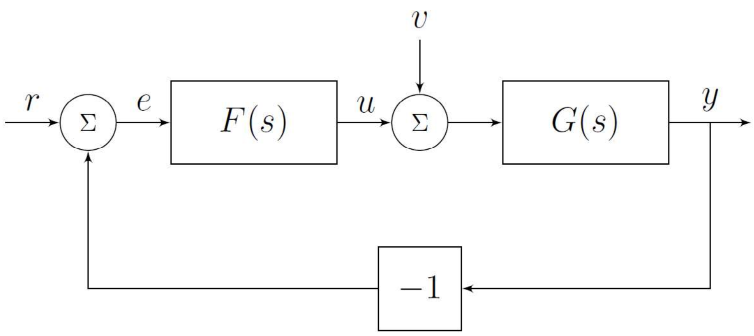

Figur 2: Stsgsvar till uppgift 1 b.

(c) Betrakta reglersystemet i figur 3 där

$$F(s) = K$$

och

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

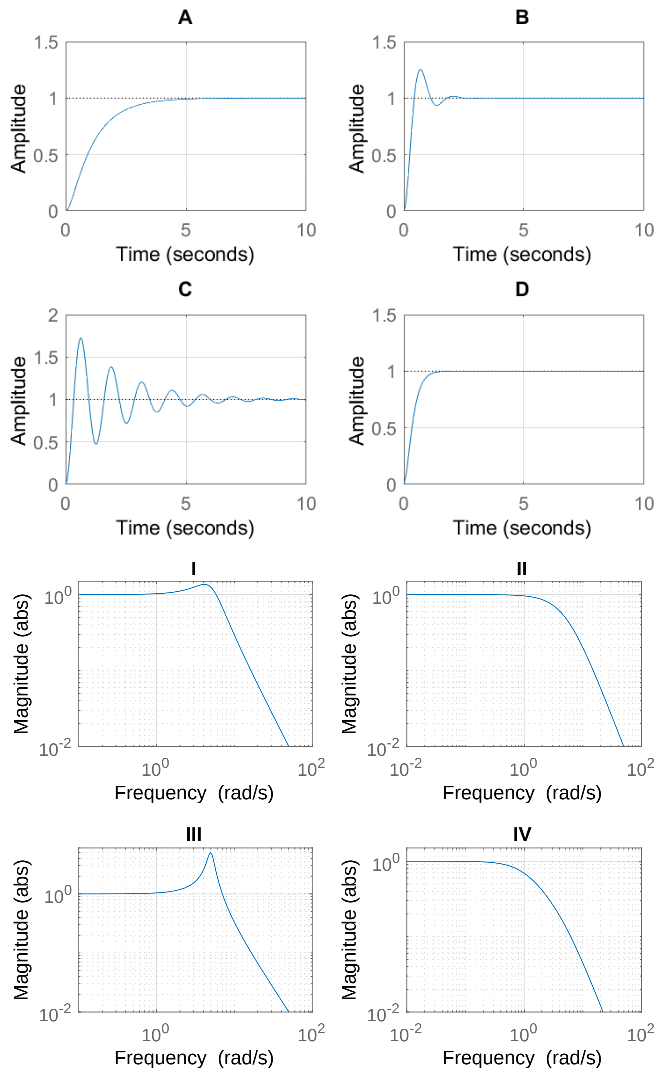



Figur 3: Reglersystem.

Antag att $r(t)$ är ett steg med amplitud 5 och $v(t)$ är ett steg med amplitud 10. Ange reglerfelet i stationärt tillstånd. (4p)

(d) Ge ett exempel där reglerteknik används/kan användas för att uppnå ett mer hållbart samhälle? (1p)

2. (a) Figur 4 visar stegsvar respektive amplitudkurva, $|\,G(i\omega)\,|$, för fyra olika system. Kombinera stegsvaren med amplitudkurvorna. (4p)




Figur 4: Stegsvar och amplitudkurvor till uppgift 2 a.

(b) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där Bodediagrammet för $G(s)$ ges av figur 5. Systemet styrs med proportionell återkoppling enligt

$$U(s) = K(R(s) - Y(s))$$

där $K > 0$.

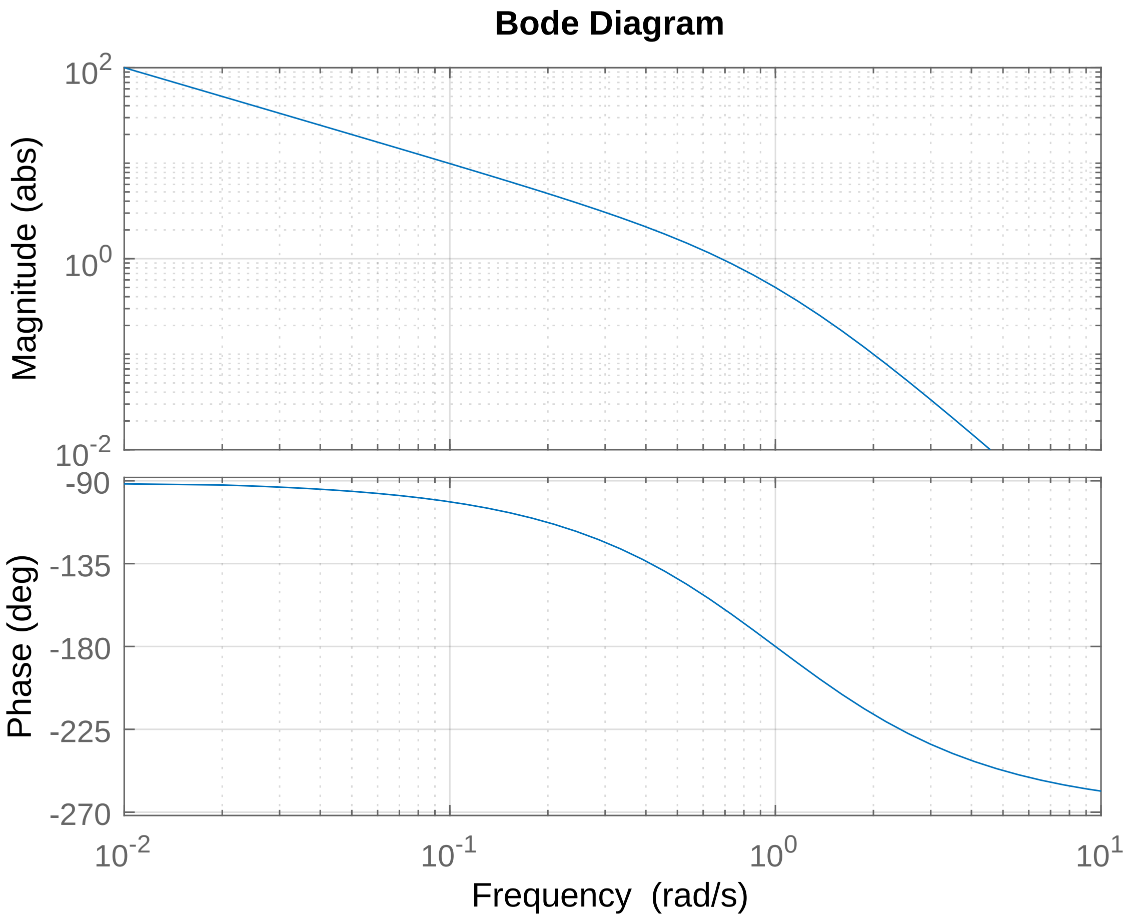
i För vilka $K$ blir det återkopplade systemet stabilt?

ii För vilket värde på $K$ blir reglersystemets fasmarginal $45°$?

iii Vad blir det stationära reglerfelet när systemets styrs med det värde på $K$ som bestämdes i [ii] och referenssignalen är ett enhetssteg?

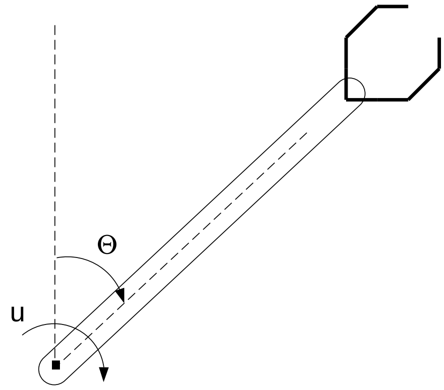
iv För det värde på $K$ som räknades ut i [ii], vad blir reglersystemets amplitudmarginal?

(4p)




Figur 5: Bodediagram för $G(i\omega)$ till uppgift 2 b.

3. En robotarm beskrivs av figur 6.




Figur 6: Robotarm.

Roboten beskrivs av ekvationen

$$J\ddot{\theta}(t) = u(t) + v(t)$$

där $\theta(t)$ är armens vinkel, $u(t)$ är applicerat moment, $J > 0$ är armens tröghetsmoment samt $v(t)$ är ett störmoment.

(a) Anta att vi väljer tillståndsvariablerna enligt $x_1(t) = \theta(t)$ och $x_2(t) = \dot{\theta}(t)$. Verifiera att robotarmen kan beskrivas på tillståndsform enligt nedan. (1p)

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/J \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/J \end{pmatrix} v(t) \quad \theta(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

(b) Antag att $J = 1$. Bestäm en tillståndsåterkoppling på formen

$$u(t) = -l_1 x_1(t) - l_2 x_2(t) + r(t)$$

sådan att det återkopplade systemets poler placeras i $-2 \pm 2i$. (4p)

(c) Antag nu att $J \neq 1$ och att återkopplingen i b används. För vilka värden på $J$ har det återkopplade systemet komplexa poler? (2p)

(d) För de $J$ där det återkopplade systemet har komplexa poler, ange den relativa dämpningen för det återkopplade systemets poler som funktion av $J$ när återkopplingen i uppgift b används. Blir det återkopplade systemet mer eller mindre oscillativt om $J$ är större eller mindre än vad som antagits? (3p)

4. (a) Betrakta på nytt robotarmen i uppgift 3. Antag att $J = 1$ och att armen styrs med återkopplingen

$$u(t) = -l_1 x_1(t) - l_2 x_2(t) + r(t)$$

där $l_1 = 1$ och $l_2 = 2$ samt att $r(t) = 0$. Antag också att $v(t)$ är en sinusformad störning, $v(t) = \sin 2t$. Hur mycket kommer armen att svänga på grund av denna störning, d v s vad blir amplituden hos $\theta(t)$? (4p)

(b) Den karakteristiska ekvationen för ett reglersystem ges av

$$P(s) + K(s + 3) = 0$$

där

$$P(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots a_n$$

och $n \geq 2$. Ange för respektive påstående om det är: sant, falskt eller omöjligt att avgöra utan att känna $P(s)$. (3p)

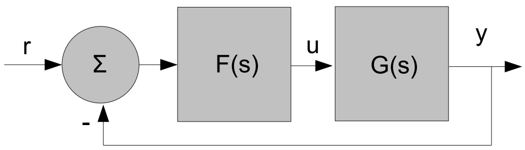
1. För $n = 2$ kommer samtliga rötter att vara i vänster halvplan om $K$ väljs tillräckligt stort.
2. För $n = 3$ kommer samtliga rötter att vara i vänster halvplan för alla $K > 0$.
3. För $n = 4$ kommer det att finnas rötter i höger halvplan för stora värden på $K$.

(c) Betrakta ett system bestående av en cyklande person, där cykeln utgör det styrda systemet och cyklisten är regulator. Ge exempel på styrsignal, utsignal och störning för reglersystemet. (3p)

5. Ett elektromekaniskt positioneringssystem kan approximativt beskrivas med modellen

$$Y(s) = \frac{A}{ms^2 + fs}U(s)$$

där koefficienten $A$ anger relationen mellan insignalen (spänning eller ström) och applicerad kraft, $m$ är massan och $f$ är en friktionskoefficient Här antas att $A = 1$ och $m = 0.1$. Systemet skall styras med hjälp av återkoppling enligt figuren 7.




Figur 7: Reglersystem

Antag att friktionens inverkan försummas, d v s att systemet beskrivs approximativt med modellen

$$Y(s) = \frac{1}{0.1s^2}U(s)$$

Antag att systemet styrs med PD-återkopplingen

$$U(s) = (K_P + K_D s)(R(s) - Y(s))$$

med koefficientvärderna $K_P = 10$ och $K_D = 1.5$. Amplitudkurvan för det återkopplade systemets överföringsfunktion ges då av figur 8.

(a) Ange det återkopplade systemets poler när PD-återkopplingen ovan används på systemet och $f = 0$. (2p)

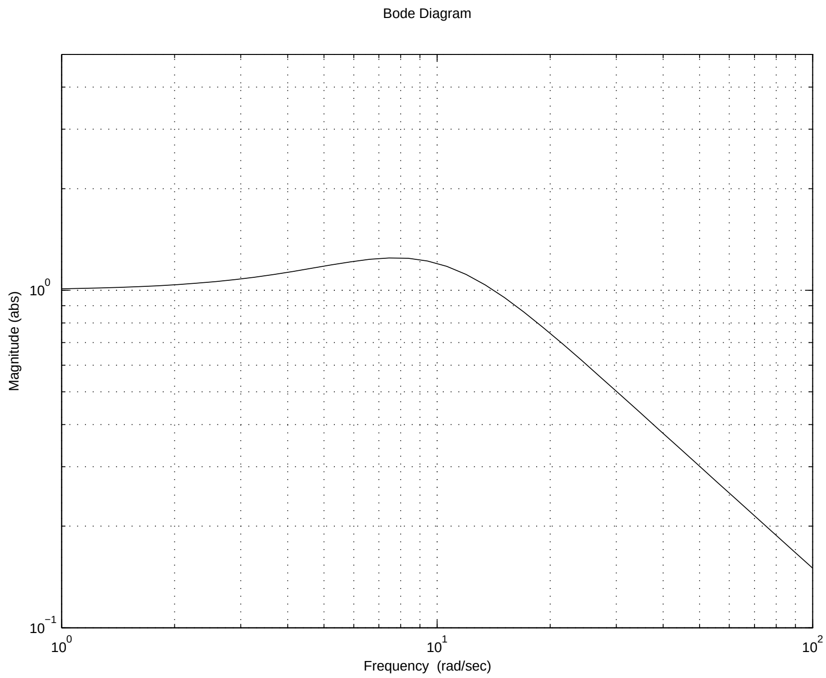
Antag nu att man vill undersöka friktionens inverkan på stabiliteten hos reglersystemet då PD-återkopplingen ovan används på det verkliga systemet, vilket ges av

$$Y(s) = G^0(s)U(s)$$

där

$$G^0(s) = \frac{1}{0.1s^2 + fs}$$

och $f > 0$ är friktionskoefficienten.




Figur 8: $|\ G_C(i\omega)\ |$ till uppgift 5.

(b) För vilka värden på $f$ är det återkopplade systemet stabilt då återkopplingen ovan används på systemet $G^0(s)$? (2p)

(c) Ange det relativa modellfelet när verkligt system och modell är enligt ovan. (2p)

(d) Kan man med robusthetskriteriet garantera att det återkopplade systemet är stabilt för alla värden på $f$? Om ej, ange ett värde på $f$ för vilket stabilitet ej kan garanteras. (4p)