

# TENTAMEN I TSRT22 REGLERTEKNIK

SAL:

TID: 2023-01-03 kl. 14:00-19:00

KURS: TSRT22 Reglerteknik

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Svante Gunnarsson, tel. 013-281747,070-3994847

BESÖKER SALEN: cirka kl. 15:00, 16:30 och 18:00

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, 013-282225,  
ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL:

1. *T. Glad & L. Ljung*: "Reglerteknik. Grundläggande teori".
2. *M. Enqvist*: "En introduktion till lärande reglering".
3. Tabeller och formelsamlingar, t.ex.:
  - L. Råde & B. Westergren*: "Mathematics handbook",
  - C. Nordling & J. Österman*: "Physics handbook",
  - S. Söderkvist*: "Formler & tabeller"
  - Division of Automatic Control*: "Laplace table for control theory"
4. Miniräknare.  
Normala inläsningsanteckningar får finnas i boken.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Läggs upp i kursrummet Lisam efter tentan.

VISNING av tentan äger rum 2023-02-01, kl. 12.30–13.00 i Ljungeln, B-huset, ingång 27, A-korridoren till höger.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:   betyg 3   23 poäng  
  betyg 4   33 poäng  
  betyg 5   43 poäng

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

1. (a) Ett system kan delas upp i två delsystem, där det första delsystemet ges av ekvationen

$$\dot{z}(t) + z(t) = u(t)$$

och det andra delsystemet ges av ekvationen

$$\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + y(t) = z(t)$$

Ange differentialekvationen från  $u(t)$  till  $y(t)$ . (4p)

- (b) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{2}{(4s + 1)}$$

Systemet styrs med återkopplingen

$$U(s) = F(s)(R(s) - Y(s))$$

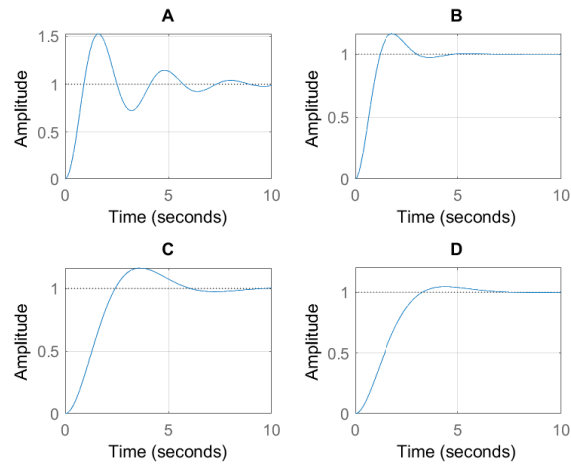
där

$$F(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s$$

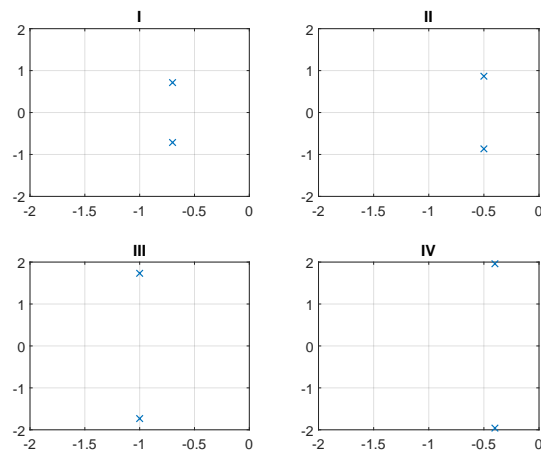
där  $K_P = 2.3$ ,  $K_I = 2$  och  $K_D = 0$ . Ange det återkopplade systemets poler. (2p)

- (c) Ange ungefärliga värden (givet att inverkan av systemets nollställe försummas) på stigtid och översläng för det återkopplade systemets stegsvar utgående från de poler som beräknades i uppgift b. (2p)

- (d) Figur 1 visar stegsvaret för fyra olika system, och figur 2 visar polernas placering för motsvarande system. Kombinera stegsvaren med polerna. (4p)



Figur 1: Stegsvar till uppgift 1 d.



Figur 2: Poler till uppgift 1 d.

2. (a) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = \frac{1}{(s+1)^2}U(s)$$

Antag att insignalen ges av  $u(t) = 4 \sin t$ . Ange utsignalen efter att den transienta delen av utsignalen dött ut. (4p)

- (b) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{as + b}{cs + d}$$

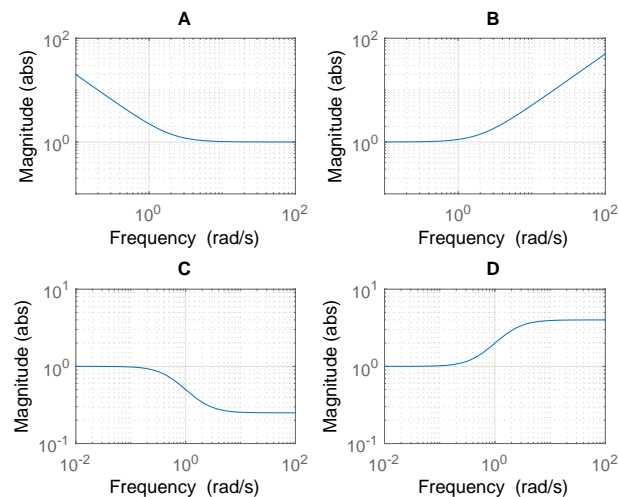
Figur 3 visar  $|G(i\omega)|$  för fyra olika kombinationer av värden på koefficienterna  $a, b, c$  och  $d$ . Kombinera figurena och koefficientvärdena. (4p)

(i)  $a = 0.5 \quad b = 1 \quad c = 0.5 \quad d = 0$

(ii)  $a = 0.5 \quad b = 1 \quad c = 2 \quad d = 1$

(iii)  $a = 2 \quad b = 1 \quad c = 0.5 \quad d = 1$

(iv)  $a = 0.5 \quad b = 1 \quad c = 0 \quad d = 1$



Figur 3: Absolutbeloppskurvor till uppgift 2 b.

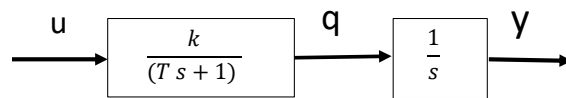
3. Ett systemet för nivåreglering ges av figur 4 där delsystemet

$$Q(s) = \frac{k}{Ts + 1}U(s)$$

representerar egenskaperna hos en ventil, och

$$Y(s) = \frac{1}{s}Q(s)$$

representerar en tank.



Figur 4: System för nivåreglering.

- (a) Antag att vi inför tillståndsvariablerna  $x_1(t) = y(t)$  och  $x_2(t) = q(t)$ . Verifiera att modellen kan skrivas på tillståndsform enligt nedan. (2p)

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1/T \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ k/T \end{pmatrix} u(t) \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

- (b) Ange modellens poler. (1p)

- (c) Antag att  $k = T = 1$ . Bestäm en tillståndsåterkoppling på formen

$$u(t) = -Lx(t) + r(t)$$

sådan att det återkopplade systemets poler placeras i  $-2$ . (3p)

- (d) Antag nu att  $T \neq 1$ . Ange det återkopplade systemets karakteristiska ekvation. Kan det återkopplade systemet bli instabilt för något  $T > 0.2$ ? Hur förändras det återkopplade systemets egenskaper om  $T > 1$  respektive  $0.2 < T < 1$ . (4p)

4. Ett system beskrivs av sambandet

$$Y(s) = \frac{1}{s(s+1)}U(s)$$

och det styrs med den proportionella återkopplingen

$$U(s) = K(R(s) - Y(s))$$

där  $K > 0$ .

- (a) Verifiera att känslighetsfunktionens statiska förstärkning är noll. (1p)
- (b) Verifiera att det, oavsett valet av  $K$ , finns vinkelfrekvenser där känslighetsfunktionens absolutbelopp är större än ett, d v s

$$|S(i\omega)| > 1$$

För vilka vinkelfrekvenser inträffar det? (3p)

- (c) Verifiera att  $|S(i\omega)|$  går mot ett när  $\omega$  går mot oändligheten. (1p)
- (d) Skissa  $|S(i\omega)|$  som funktion av  $\omega$ . (2p)
- (e) Betrakta ekvationen

$$(s+1)(s+2)(s+3) + KQ(s) = 0$$

där polynomet  $Q(s)$  har gradtal  $m \leq 3$ . För vart och ett av påståendena nedan, ange om påståendet är sant, falsk eller kräver att  $Q(s)$  är känt för att avgöra. (3p)

- Samtliga rötter ligger i vänster halvplan för små värden på  $K$ .
- För  $m = 1$  ligger alla rötter i vänster halvplan för alla  $K > 0$ .
- För  $m = 2$  ligger alla rötter i vänster halvplan för stora värden på  $K$ .

5. Ett system antas beskrivas av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

Systemet innehåller dock en tidsfördröjning, vilket gör att systemet i verkligheten ges sambandet

$$Y(s) = G^0(s)U(s)$$

där

$$G^0(s) = e^{-sT}G(s)$$

och  $e^{-sT}$  är överföringsfunktionen för tidsfördröjningen.

(a) Ange det relativa modellfelet  $\Delta G(s)$  som tidsfördröjningen motsvarar. (2p)

(b) Antag att man bestämmer en återkoppling

$$U(s) = F(s)(R(s) - Y(s))$$

utgående från modellen  $G(s)$ . Verifiera att robusthetskriteriet ger att det återkopplade systemets överföringsfunktion måste uppfylla

$$|G_C(i\omega)| < 0.5 \quad \forall \omega$$

för att garantera stabilitet hos det återkopplade systemet för alla värden på  $T$  när regulatorn  $F(s)$  används på systemet  $G^0(s)$ . (4p)

(c) Antag nu att

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

och att systemet styrs med proportionell återkoppling, d v s  $F(s) = K$  där  $K > 0$ . Vilket krav på  $K$  ger villkoret i uppgift b? **Obs!** Notera att denna uppgift kan göras utan att uppgift b lösts. (2p)

(d) Vilken fas- och amplitudmarginal fås för det öppna systemet när kravet på  $K$  i uppgift c är uppfyllt? (2p)