TENTAMEN I TSRT22 REGLERTEKNIK

SAL:

TID: 2022-08-19 kl. 8:00-13:00

KURS: TSRT22 Reglerteknik

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Svante Gunnarsson, tel. 013-281747,070-3994847

BESÖKER SALEN: cirka kl. 9:00, 10:30 och 12:00

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, 013-282225, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL:

1. *T. Glad & L. Ljung*: "Reglerteknik. Grundläggande teori"
2. Tabeller och formelsamlingar, t.ex.:
   L. Råde & B. Westergren: "Mathematics handbook",
   C. Nordling & J. Österman: "Physics handbook",
   S. Söderkvist: "Formler & tabeller"
3. Miniräknare utan färdiga program

Normala inläsningsanteckningar får finnas i böckerna.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Läggs upp i Lisam under de närmaste dagarna.

VISNING av tentan äger rum 2022-09-09, kl. 12.30–13.00 i Ljungeln, B-huset, ingång 27, A-korridoren till höger.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:	betyg 3	23 poäng
	betyg 4	33 poäng
	betyg 5	43 poäng

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

1. (a) I figur 1 visas stegsvaret för systemet

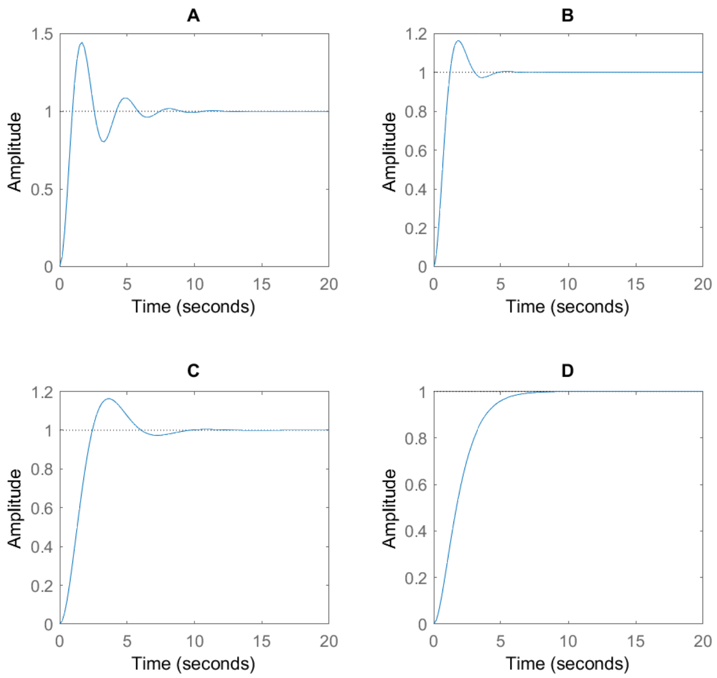
$$G(s) = \frac{a_2}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

för följande fyra kombinationer av a_1 och a_2.

$$(i) \quad a_1 = 1 \quad a_2 = 1 \qquad (ii) \quad a_1 = 2 \quad a_2 = 4$$

$$(iii) \quad a_1 = 2 \quad a_2 = 1 \qquad (iv) \quad a_1 = 1 \quad a_2 = 4$$

Kombinera rätt bild med rätt parametervärden. (4p)



Figur 1: Stegsvar till uppgift 1 a.

(b) Den karakteristiska ekvationen för ett reglersystem ges av

$$P(s) + K(s+4) = 0$$

där

$$P(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots a_n$$

och $n \geq 1$. Ange för respektive påstående nedan om det är: sant, falskt eller omöjligt att avgöra utan att känna $P(s)$. (3p)

1. För $n = 2$ kommer samtliga rötter att vara i vänster halvplan om K väljs tillräckligt stort.
2. För $n = 3$ kommer samtliga rötter att vara i vänster halvplan för alla $K > 0$.
3. För $n = 4$ kommer det alltid att finnas rötter i höger halvplan för stora värden på K.

(c) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

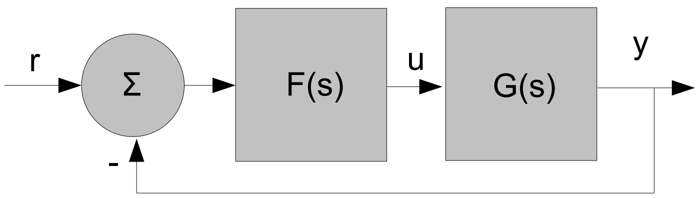
och det styrs med PID-återkopplingen

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau)d\tau + K_D \dot{e}(t)$$

Bestäm det återkopplade systemets karakteristiska ekvation. (3p)

(d) Betrakta åter reglersystemet i uppgift c). Hur ska koefficienterna i PID-regulatorn väljas för att det återkopplade systemets poler ska placeras i -2? (2p)

2. (a) Ett återkopplat reglersystem ges av figur 2.



Figur 2: Reglersystem

Det återkopplade systemets överföringsfunktion ges av

$$G_c(s) = \frac{G_O(s)}{1 + G_O(s)}$$

där $G_O(s) = F(s)G(s)$. Vi antar också att $F(s)$ valts så att det återkopplade systemet är stabilt. Beskriv med ord hur:

- Snabbheten (stigtiden) hos det återkopplade systemets stegsvar relateras till egenskaper hos amplitudkurvan $\mid G_C(i\omega) \mid$.
- Oscillationerna (dämpningen) hos det återkopplade systemets stegsvar relateras till egenskaper hos amplitudkurvan $\mid G_C(i\omega) \mid$.
- Felkoefficienten e_0 hos det återkopplade systemet relateras till egenskaper hos amplitudkurvan $\mid G_C(i\omega) \mid$.

(3p)

(b) Antag att insignalen till systemet

$$Y(s) = \frac{6}{s+3} U(s)$$

ges av $u(t) = 2 \sin 4t$. Ange utsignalen i stationärt tillstånd. (2p)

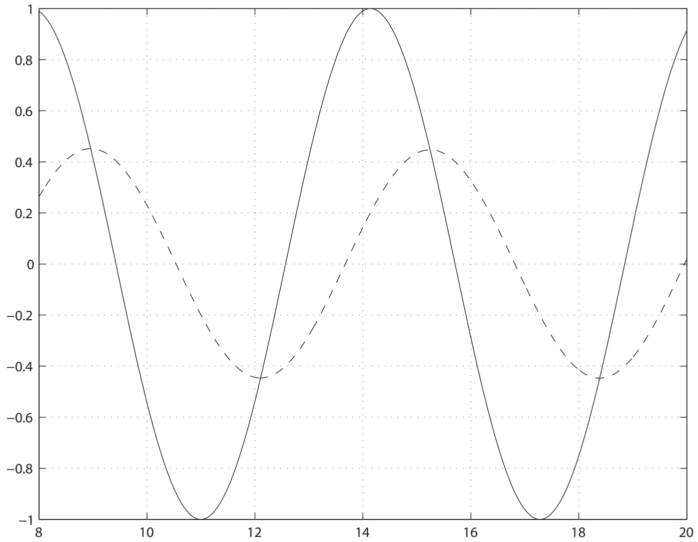
(c) En tank beskrivs med modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{k_D}{\tau_D s + 1}$$

Antag att flödet in i tanken, $u(t)$, varierar sinusformat. Figur 3 visar varationerna i nivån $y(t)$ i stationärt tillstånd. Ange k_D och τ_D. (3p)



Figur 3: Figur till uppgift 1 c. Heldragen: Inflöde u. Streckad: Nivå y. Tidsskala sekunder.

3. (a) Ett system ges beskrivs på tillståndsform av modellen

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

Systemet styrs med återkopplingen

$$u(t) = -\begin{pmatrix} 3 & 2 \end{pmatrix} x(t) + r(t)$$

Var ligger det återkopplade systemes poler? (3p)

(b) Ett mekaniskt system med insignal $u(t)$ och utsignal $y(t)$ beskrivs av differentialekvationen

$$J\ddot{y}(t) + f\dot{y}(t) + ky(t) = ku(t)$$

där J betecknar tröghetsmomet, och koefficienterna f och k betecknar friktionskoefficient respektive elasticitetskoefficient. Inför tillståndsvariablerna $x_1(t) = y(t)$ och $x_2(t) = \dot{y}(t)$ och ställ upp systemet på tillståndsform. (3p)

(c) Ett system beskrivs av modellen

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -2 & \alpha \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

För vilka värden på α är systemet styr och observerbart? (2p)

(d) I en processindustri finns en cylindrisk tank med bottenarean A. I botten av tanken finns ett runt hål med arean a där vätskan i tanken kan rinna ut. Nivå i tanken $y(t)$ bekrivs via Bernoullis ekvation av ekvationen

$$A\dot{y}(t) + a\sqrt{2g}\sqrt{y(t)} = u(t) + v(t)$$

där g gravitationskonstanten, $u(t)$ är ett inflöde i tanken som kan väljas samt $v(t)$ är ett inflöde som man inte kan påverka. För att sätta upp en tillståndsmodell, vad är lämplig val av tillståndsvaribel i detta fall?
I: $u(t)$, II: $v(t)$, III: A, IV: a, V: $y(t)$, VI: g, VII: $\dot{y}(t)$, VIII: $y(t), v(t)$, IX: $y(t), \dot{y}(t)$. (2p)

4. Ett elektromekaniskt positioneringssystem kan approximativt beskrivas med modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$Y(s) = \frac{A}{ms^2 + fs}U(s)$$

där koefficienten $A > 0$ anger relationen mellan insignalen (spänning eller ström) och applicerad kraft, $m > 0$ är massan och $f > 0$ är en friktionskoefficient.

Antag att systemet styrs med PD-återkopplingen

$$U(s) = (K_P + K_D s)(R(s) - Y(s))$$

Under antagandet att att $A = 1, f = 0.01$ och $m = 0.1$, d v s modellen

$$G(s) = \frac{1}{0.1s^2 + 0.01s}$$

bestäms koefficientvärderna $K_P = 10$ och $K_D = 1.5$. Med denna PD-regulator ges amplitudkurvan för det återkopplade systemet av figur 4.

(a) De värden på A, m och f som antagits är dock osäkra. Kan det återkopplade systemet bli instabilt för några värden på dessa koefficienter med de värden på K_P och K_D som bestämts? (3p)

(b) Antag nu att de värden på m och f som antagits är korrekta, men att värdet på A är osäkert, d v s det verkliga systemet ges av

$$G^0(s) = \frac{(1+\delta)}{0.1s^2 + 0.01s}$$

där $\delta > -1$. Vilket krav på δ ger robusthetskriteriet för att stabilitet hos det återkopplade systemet ska kunna garanteras? (3p)

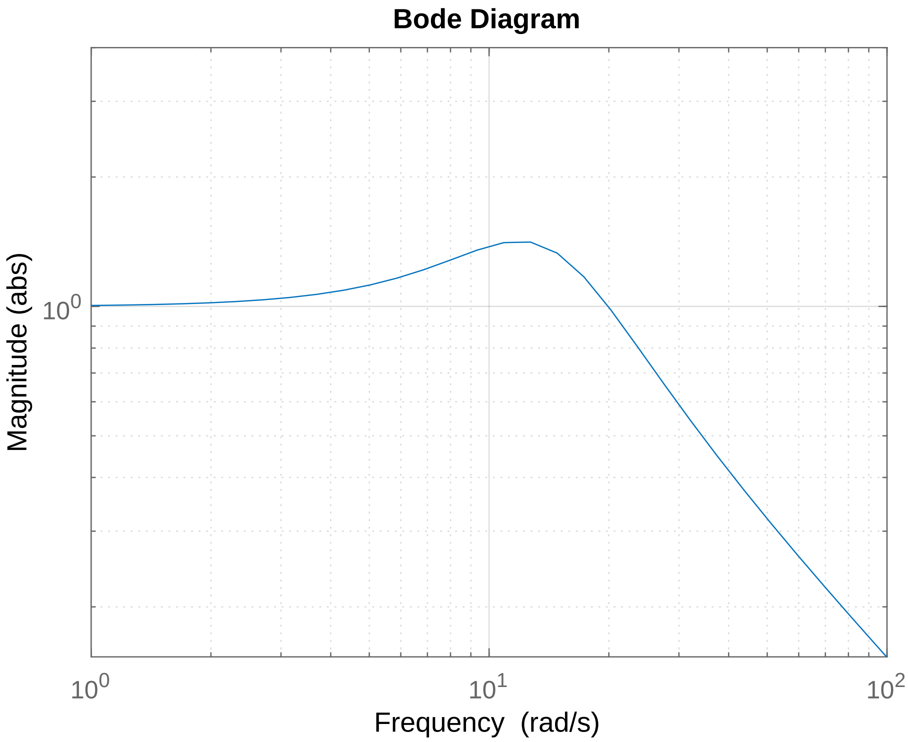
(c) Antag nu att massan m är osäker och att det verkliga systemet ges av

$$G^0(s) = \frac{1}{0.1(1+\delta)s^2 + 0.01s}$$

där $\delta > 0$. Verifiera att det relativa modellfelet i detta fall ges av

$$\Delta G(s) = \frac{-0.1\delta s}{0.1(1+\delta)s + 0.01}$$

Vilket krav på δ ger robusthetskriteriet i detta fall för att stabilitet för hos det återkopplade systemet ska kunna garanteras? (4p)



Figur 4: Bodediagram till uppgift 4.

5. Systemet

$$Y(s) = \frac{1}{s+1}U(s)$$

styrs med den proportionella återkopplingen

$$U(s) = K(R(s) - (Y(s) + N(s)))$$

där $K > 0$ och $N(s)$ betecknar en mätstörning.

(a) Bestäm sambandet mellan reglerfelet E, referenssignalen R och mätstörningen N. (1p)

(b) Bestäm amplitudkurvan för känslighetsfunktionen $S(s)$ och verifiera att återkopplingen alltid gör nytta i den meningen att känslighetsfunktionens absolutbelopp alltid är mindre än ett. (2p)

(c) Bestäm amplitudkurvan för den komplementära känslighetsfunktionen $T(s)$ (2p)

(d) Antag att referesnsignalen är $r(t) = \sin t$ samt att mätstörningen ges av $n(t) = \sin \omega_1 t$. Antag vidare att vi kräver att förstärkningen från $r(t)$ respektive $n(t)$ till $e(t)$ ska vara mindre än 0.1.Vilket krav på vinkelfrekvensen ω_1 ger detta? (5p)