Lösningsförslag för tentamen 21 mars 2023 i Dynamiska System och Reglering, TSRT21

1. (a) Referenssignal $r(t)$ är lämpligen den temperatur där optimal nedbrytningsker vilket torde vara önskat. Mätsignal är uppmätt temperatur i kärlet, och styrsignal $u(t)$ är någon signal som gör att uppvärmning/nedkylning justeras, t.ex effekt till något värmesystem.

   (b) Om vi måste använder P-regulator med hög förtärkning kommer detta leda till stora styrsignaler vilket kan vara oönskat. Med ökande P kan det även bli problem med oscillationer eller t.o.m instabilitet.

2. (a) Bodediagrammet beskriver hur mycket en signal förstärks i en viss frekevens. För $H_1(z)$ ser vi att förstärkningen börjar på 0 för väldigt låga frekvenser och är mindre än 1 upp till ungefär 0.01 rad/s och sedan är runt 1. För $H_2(z)$ är det tvärtom i att förstärkningen är runt 1 till en bit över 0.1 rad/s, för att sedan gå mot 0. $H_3(z)$ är runt 1 i alla frekvenser förutom i ett spann mellan säg 0.05 till 0.2 rad/s. Signalkomponenten vi vill filtrera fram ser ut att ha en periodtid på 60 sekunder, dvs 0.1 rad/s

   Ett alternativ är att filtrera signalen med $H_1(z)$ för att filtrera bort alla långsamma komponenter (statisk nivå och linjära ökandet), följt av $H_2(z)$ för att filtrera bort högfrekventa delar. Båda filtren kommer lämna frekvenskomponenten kring 0.1 rad/s relativt oberörd. Detta motsvarar att använda filtret $H_2(z)H_1(z)$.

   Ett annat alternativ är att först använda $H_3(z)$ för att filtrera bort den sökta signalen. Om vi sedan subtraherar denna filtrerade signal från den ursprungliga kommer enbart den sökta delen vara kvar. Detta motsvarar att använda filtret $1 - H_3(z)$.

   (b) Pga aliaseffekt kan vi ej garanterat filtrera bort termer som kommer av brussignaler med frekvenser över nyquistfrekvensen π rad/s.

3. (a) Vi har $Y(s) = \frac{4}{s(s+1)}U(s)$ vilket betyder $\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) = 4u(t)$. Inför $x_1(t) = y(t)$ och $x_2(t) = \dot{y}(t)$ och vi har $\dot{x}_1(t) = x_2(t)$ och $\dot{x}_2(t) = -x_2(t) + 4u(t)$

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

   Vi ansätter återkoppling och framkopppling $u(t) = -Lx(t) + l_0 r(t)$ och slutna systemets poler ges av rötter till $\det(sI - (A - BL)) = 0$ vilket blir $s^2 + (1 + 4l_2)s + 4l_1 = 0$. Önskade poler $-2 \pm i$ betyder att vi vill ha karakteristiska ekvationen $s^2 + 4s + 5 = 0$. Jämförelse ger att $l_2 = 3/4$ och $l_1 = 5/4$.

   Slutna systemet $G_c(s) = C(sI - (A - BL))^{-1}(Bl_0)$ skall ha statisk förstärkning 1 för att man ska kunna följa en konstant referenssignal utan statiskt fel

$$G_c(0) = C(0I - (A - BL))^{-1}Bl_0 = -\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 4 \end{bmatrix} l_0 = 4l_0/5 \tag{1}$$

   och sålunda måste $l_0 = 5/4$.

4. (a) Vi ansätter $G(s) = \frac{A}{s+B}$. Slutna systemet ges av $\frac{G(s)F(s)}{1+G(s)F(s)} = \frac{KA}{(s+B+KA)} = \frac{10A}{(s+B+10A)}$. Jämförelse med givna slutna systemet ger $A = 2$ och $B = -3$ (vilket är instabilt som väntat).

   (b) Slutna systemet har statisk förstärkning (20/1.7) och således ska ett stegsvar med amplitud -5 konvergera mot -5.88. Slutna systemet har en tidskonstant på 1/17=0.0588,vilket gör att vi vet när stegsvaret ska ha uppnått $-0.63 \cdot 5.88 = -3.7$ vid denna tidpunkt. Det är ett enkelt första ordningens system så stegsvaret ska vara monotont utan oscillationer eller överslängar.

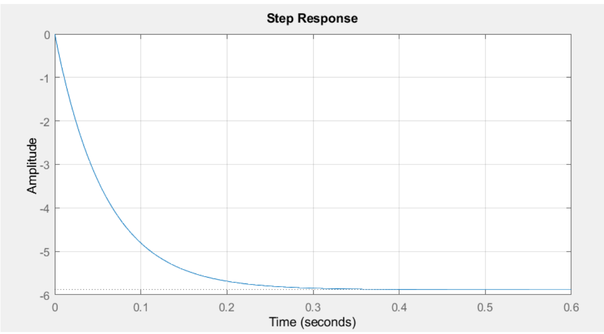

Figure 1: Mätsignal

5. (a) Kollegan har skickat en överföringsfunktion som rimligen säger att $S(z) = \frac{1+z^{-1}+z^{-2}}{1+0.7z^{-1}+0.3z^{-2}}Y(z)$. Vi skriver om till $(1+0.7z^{-1}+0.3z^{-2})S(z) = (1+z^{-1}+z^{-2})Y(z)$ vilket i differensform betyder att sambandet är $s_k + 0.7s_{k-1} + 0.3s_{k-2} = y_k + y_{k-1} + y_{k-2}$, dvs kvällens antal annonser beror på tidigare antal annonser och kunder enligt $s_k = y_k + y_{k-1} + y_{k-2} - 0.7s_{k-1} - 0.3s_{k-2}$.

   (b) Enda skillnaden blir att vi i beräkning av antal annonser får termen $y_k + y_{k+1} + y_{k+2}$ vilket är helt galet, vi kan ju inte veta antalet kunder i framtiden.

6. (a) Slutna systemet ges av $\frac{G(s)F(s)}{1+G(s)F(s)} = \frac{\alpha(s+0.3)}{s^2+(1+\alpha)s+0.3\alpha}$. För att båda polerna ska vara i vänstra halvplanet krävs att alla koefficienter i nämnaren är postiva, dvs kravet blir bara att $\alpha > 0$ (dvs vi har väldigt stora marginaler och slutna systemet kommer sannolikt bli stabilt, vi borde ju t.ex känna till om α är positivt, och om det är det är vi garanterat på den säkra sidan. Stabilt betyder inte nödvändigtvis att det blir bra reglering dock).

   (b) Vi har $Y(s) = G(s)(U(s) + V(s)) + W(s)$. Med $U(s) = F(s)E(s)$ och $E(s) = R(s) - Y(s)$ får vi $E(s) = -G(s)(F(s)E(s) + V(s)) + W(s)$ ur vilken vi får $E(s) = \frac{-G(s)}{1+G(s)F(s)}V(s) + \frac{1}{1+G(s)F(s)}W(s)$

   För att reda ut det statiska reglerfelet $\lim_{t\to\infty} e(t)$ använder vi oss av slutvärdessatsen som säger att värdet går mot $\lim_{s\to 0} sE(s)$ vilket med $V(s) = \frac{c}{s}$ och $W(s) = \frac{d}{s}$ blir $\lim_{s\to 0} \frac{-G(s)}{1+G(s)F(s)}c + \frac{1}{1+G(s)F(s)}d$. Eftersom $G(0) = \alpha$ och $F(0) = \infty$ blir resultatet 0.