Lösningsförslag för tentamen 8 juni 2017 i Dynamiska System och Reglering, TSRT21

1. (a) Två reglerproblem vi löser när vi cyklar är att reglera hastigheten resp körriktning (utsignaler). För att göra detta kan vi justera kraften vi anbringar på pedalerna, samt kraften vi anbringar på styret (insignaler). Störsignaler kan vara uppförsbacke samt motvind. Erfarna cyklister vet att dessa två störningar alltid verkar på systemet.

   (b) Dödräkning genom att integrera hastighetsmätningen ger $\theta_m = \int_0^t \omega_m(\tau)d\tau$ dvs $\int_0^t (\omega(\tau) + \delta)d\tau = \theta(t) - \theta(0) + t\delta$. Eftersom föremålet ligger stilla vet vi att $\theta(t) - \theta(0) = 0$ och det erhållna värdet måste vara $t\delta$. Vi löser $t\delta = 34°$ och får $\delta = 0.34°/sec$.

2. (a) (i) har integralverkan men ingen derviataverkan och borde inte ha statiskt fel, men kanske oscillativt. (ii) varken integralverkan eller derivataverkan och kan leda till statiskt fel samt oscillativt. (iii) har derivataverkan och borde kunna vara bra dämpat. Sammankoppling ger (i)-B, ii-A, iii-C

   (b) För stor I-del kan leda till oscillationer i sluten loop, eller t.o.m instabilitet. För stor D-del kan leda til stor känslighet för högfrkevent mätfel ledandes till nervöst beteende och stora spikar i insignalen.

3. (a) Vi har $(s^2 + 7s)Y(s) = (s + 1)Z(s) + sU(s)$ vilket ger $Y(s) = \frac{s+1}{s^2+7s}Z(s) + \frac{s}{s^2+7s}U(s)$. Vi har också $(s^2 + s + 4)Z(s) = U(s)$ dvs $Z(s) = \frac{1}{s^2+s+4}U(s)$. Insättning ger $Y(s) = \frac{s+1}{s^2+7s}\frac{1}{s^2+s+4}U(s) + \frac{s}{s^2+7s}U(s)$ vilket kan förenklas till $Y(s) = \frac{(s+1)+s(s^2+s+4)}{(s^2+7s)(s^2+s+4)}$ om så önskas. Vi har alltså tagit två stycken kopplade differentialekvationer i y, z, u och skrivet det som 1 differentialekvation i enbart y och u.

   (b) Differentialekvationen är i standard form $T\dot{y} + y = Ku$ där T är tidskonstant och K är statisk förstärkning. Eftersom en insignal av amplitud 1 leder till en utsignal med amplitud 14 asymptotiskt, så måste $K = b = 14$. 63% av 14 är 8.82, och denna nivå nås ungefär 0.3 timmar efter att insignalen slagits på, dvs tidskonstanten $T = a = 0.3$.

4. (a) Slutna systemet blir $G_c(s) = \frac{G(s)F(s)}{1+G(s)F(s)}$ vilket med $F(s) = 4 + 3s$ blir $\frac{3s+4}{s^2+4s+2}$. Slutna systemets poler ges således av rötterna till $s^2 + 4s + 4 = 0$ vilket ger $(-2, -2)$

   (b) Vi har $u(t) = 4e(t) + 3\dot{e}(t)$. Approximation ger $u(t) = 4e(t) + 3\frac{e(t)-e(t-0.1)}{0.1}$ vilket förenklas till $u(t) = (4 + 30)e(t) - 30e(t - 0.1)$-. Eftersom regulatorberäkningen enbart är beräknad i samplingsögonblicken är det lämpligt att bara definiera den i $t = kT_s$ (där $T_s = 0.1$) och skriva $u(kT_s) = (4+30)e(kT_s) - 30e((k-1)T_s)$

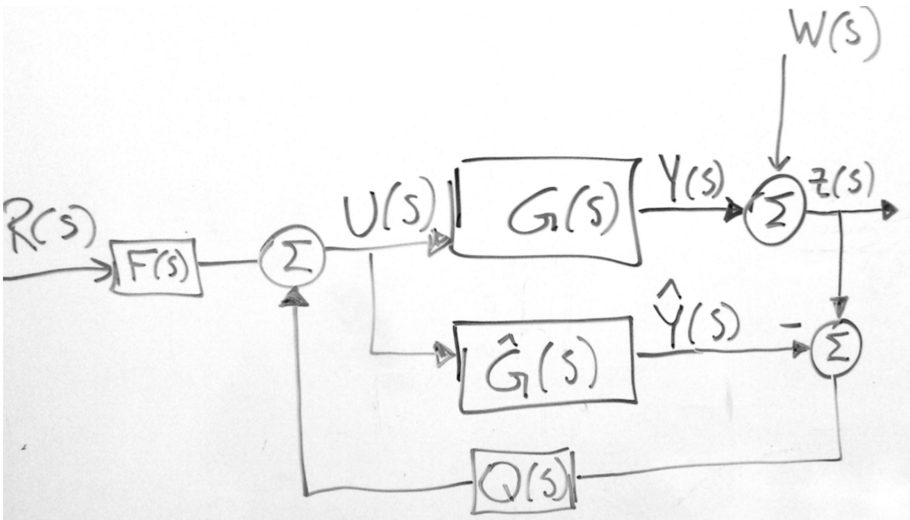

Figure 1: Blockschemabeskrivning av samband

5. (a) Blockschemat ges i figuren. Även om uppgiften bara handlar om att kunna rita ett blockschema utifrån en given specifikation, så kan det vara intressant att veta vad blockschemat representerar, så här kommer kuriosa: Schemat representerar en alternativ strategi för att göra reglerdesign jämfört med en standard återkoppling av reglerfel. Det som återkopplas nu är inte reglerfelet, utan skillnaden mellan förväntad respons och uppmätt respons. I schemat motsvarar $G(s)$ det verkliga systemet. $\hat{G}(s)$ representerar vår modell av systemet. Om vår modell vore perfekt $G = \hat{G}$ och störning $W(s) = 0$, så skulle signalen $Q(s)(Z(s) - \hat{Y})$ vara 0, vilket skulle göra att styrsignalen till systemet enbart vore $F(s)R(s)$, och utsignalen från systemet skulle bli $F(s)G(s)R(s)$. Genom att välja $F(s)$ så att $F(s)G(s)$ får önskade egenskaper, kan man alltså forma responsen på det slutna systemet. I verkligheten är naturligtvis inte modellen exakt, och hur man återkopplar skillnaden mellan förväntad och uppmätt signal justeras via filtret $Q(s)$. Genom att manipulera blockschemat en stund kan man visa att det är ekvivalent mot hur vi gör vanlig återkoppling av reglerfel, men regulatorn får en alternativ tolkning.

(b) Om vi låter daglig mätning betcknas med $y(k)$ och sekvensen som Inge räknar ut $y_f(k)$, så har vi $y_f(k) = \frac{y(k)+y(k-1)+y(k-2)+y(k-3)+y(k-4)}{5}$. Med andra ord, Inge implementerar ett glidande medelvärde, och vi har här beskrivit den med en differensekvation. Om vi z-transformerar uttrycket så har vi $Y_f(z) = \frac{Y(z)+z^{-1}Y(z)+z^{-2}Y(z)+z^{-3}Y(z)+z^{-4}Y(z)}{5}$ vilket vi skriver som $Y_f(z) = \frac{1+z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}+z^{-4}}{5}Y(z)$. Överförings-funktionen som beskriver Inges strategi för att snygga till sin data är alltså $\frac{1+z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}+z^{-4}}{5}$.

6. (a) Invers Laplace av $Y(s) = G(s)U(s)$ ger att $\ddot{y} + \dot{y} + 4y = 4u$. Eftersom $\dot{x}_2 = \ddot{y}$ så har vi alltså $\dot{x}_2 = -4x_1 - 4x_2 + 4u$. Detta är den nedersta raden i tillståndsmodellen. Den översta är $\dot{x}_1 = \dot{y} = x_2$. Alternativt så skulle vi kunna ta tillståndsmodellen och räkna ut överföringsfunktionen $C(sI - A)^{-1}B$ och se att vi får den givna överföringsfunktionen.

(b) Med $L = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}$ får vi $A - BL = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4-4l_1 & -1-4l_2 \end{bmatrix}$. Egenvärdena till denna matris ges av lösningarna till $det(\lambda I - (A - BL)) = 0$ dvs $det(\begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ 4+4l_1 & \lambda+1+4_l2 \end{bmatrix}) = 0$. Förenkling leder till $\lambda^2 + \lambda(1 + 4l_2) + (4 + 4l_1) = 0$. Detta jämförs med önskade kar.ekv $(s+2)(s+3)^2 = s^2 + 5s + 6 = 0$ och lösning av det uppkomna ekvationssystemet leder till $l_1 = 1/2, l_2 = 1$. Överföringsfunktionen för det slutna systemet ges av $C(sI - (A - BL))^{-1}Bl_0$ vilken har statisk förstärkning $-C(A - BL)^{-1}Bl_0 = -\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} l_0 = \frac{2}{3}l_0$. För att undvika stationärt reglerfel vid konstant referenssignal krävs att statiska förstärkningen är ett, således väljs $l_0 = \frac{3}{2}$.