Lösningsförslag för tentamen 8 juni 2017 i Dynamiska System och Reglering, TSRT21

1. (a) Panelerna bör lämpligen justeras så att de hela tiden står vinkelrät mot solen. Denna önskade infallsvinkel kallar vi $r(t)$, och har $r(t) = \pi/2$. Vi skaffar således en mätutrustning som mäter vinkeln mot solen $y(t)$. För att justera panelens vinkel använder vi oss av elmotorerna, och en lämplig regulator torde vara i formen $U(s) = F(s)(R(s) - Y(s))$, dvs vi agerar på felet i den önskade infallsvinkeln.

   (b) Dödräkning genom att integrera hastighetsmätningen ger $\theta_m = \int_0^t \omega_m(\tau)d\tau$ dvs $\int_0^t (\omega(\tau) + \delta)d\tau = \theta(t) - \theta(0) + t\delta$. Felet kommer sålunda bli $t\delta$. Vi löser $t\delta = 10 \cdot \frac{\pi}{180}$ och får $t = 8.72$ sekunder. Vår uppskattning kommer bli väldigt dålig väldigt snabbt.

2. (a) I den första figuren ser vi att systemet är alldeles för dåligt dämpat. En ökning av derivataverkan K_D kan vara lämpligt att test. I den andra figuren ser vi att systemet har ett kraftigt reglerfel. Införande av $K_I > 0$ bör vara lösningen. Den tredje figuren visar ett system som inte uppfyller kravet på snabbhet. Ett första test borde vara att öka förstärkningen K_P.

   (b) En nackdel med tillståndsreglering baserat på polplacering är att det krävs en modell för att kunna räkna ut en regulator. Dessutom så krävs mätning av en massa tillstånd. En fördel med PID är att man inte behöver en modell utan det kan vara ganska intuitivt förstå hur de tre parametrarna skall justeras, när man ser stegsvar etc. En nackdel är att det är inte trivialt att förstå i mer komplexa system hur de tre parametrarna gemensamt påverkar polernas placering, dvs det finns ingen självklar metodik för att att matematisk justera designen.

3. (a) Vi har $(s^2 + 2s)Y(s) = (s + 1)Z(s)$ samt $(s + 4)Z(s) = U(s)$. Detta leder till $Y(s) = \frac{s+1}{s^2+2s}Z(s)$ samt $Z(s) = \frac{1}{s+4}U(s)$ vilket slås ihop till $Y(s) = \frac{s+1}{(s^2+2s)(s+4)}U(s)$

   (b) I denna parameterisering beskriver T hur lång tid det tar innan $y(t)$ når 63% av slutvärdet från det att steget startar. Utsignalen verkar gå mot 80 så vi söker tiden det tar att nå $80 \cdot 0.63 = 50$. Denna temperatur uppnås vid tidpunkten 4, dvs det tog $T = 3$ timmar. Konstanten K beskriver förstärkning från insignal till slutvärde på utsignal, dvs $K = 80/1500 = 0.053$.

4. (a) Vi har $Y(s) = G(s)F(s)(R(s) - Y(s))$ dvs $Y(s) = \frac{G(s)F(s)}{1+G(s)F(s)}R(s)$ och slutna systemets överföringsfunktion är alltså $\frac{G(s)F(s)}{1+G(s)F(s)} = \frac{\frac{1}{s^2}K(1+s)}{1+\frac{1}{s^2}K(1+s)}$ vilket blir $\frac{4s+4}{s^2+4s+4}$. Slutna systemets poler ges således av rötterna till $s^2 + 4s + 4 = 0$ vilket blir $s = (-2, -2)$.

   (b) Vi har $U(s) = 4(1 + s)E(s) = 4E(s) + 4sE(s)$ dvs $u(t) = 4e(t) + 4\dot{e}(t)$. Euler bakåt betyder att vi approximerar derivatan med lutningen som ges av två senaste mätvärdena, dvs $u(t) = 4e(t) + 4\frac{e(t)-e(t-T_s)}{T_s}$. Förenkling ger $u(t) = (4 + \frac{4}{T_s})e(t) - \frac{4}{T_s}e(t - T_s)$. Om vi vill förtydliga att detta är i samplad form skriver vi $u(kT_s) = (4 + \frac{4}{T_s})e(kT_s) - \frac{4}{T_s}e((k-1)T_s)$, eller varför inte i z-transform, $U(z) = (4 + \frac{4}{T_s})E(z) - \frac{4}{T_s}z^{-1}E(z)$ dvs $U(z) = (4 + \frac{4}{T_s} - \frac{4}{zT_s})E(z)$. Problemet med implementeringen är att om det kommer in ett abrupt mätfel på $y(t)$ (dvs på $e(t)$) så kommer det förstärkas rakt av med en faktor $1/T_s$ ut till styrsignalen.

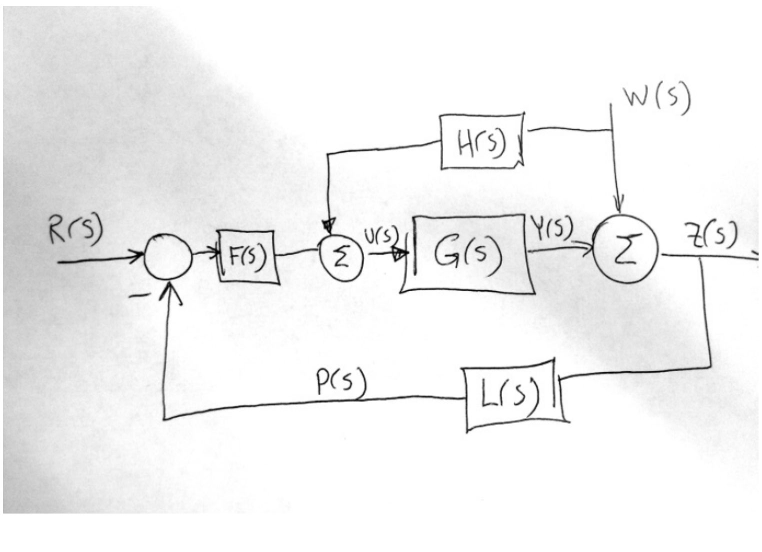

Figure 1: Blockshema 5a

5. (a)

(b) Vi ser att signalen verkar bestå av tre delkomponenter. Först så har vi en statisk konstant del som ligger runt 3. Därutöver så svänger signalen med en periodtid på runt 700 sekunder (dvs frekvens $2\pi/700$). Överlagrad på denna verkar det finnas ytterligare en komponent med väldigt hög frekvens. I den filtrerade signalen så ser vi att den konstanta nivån försvinner helt efter några sekunder, och amplituden på den långsamma svängningen är mycket liten. Den snabba komponenten finns dock kvar med samma amplitud. Detta stämmer bäst med det andra filtret som är ett högpassfilter. Frekvenskomponenter över 0.1 rad/s verkar behållas men komponenter med lägre frekvenser filtreras bort, och förstärkningen för oändligt långsamma signaler (konstant) är 0.

6. (a) Med $L = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}$ får vi $A - BL = \begin{bmatrix} -1-l_1 & 2-l_2 \\ 2-2l_1 & -1-2l_2 \end{bmatrix}$. Egenvärdena till denna matris ges av lösningarna till $det(\lambda I - (A-BL)) = 0$ dvs $det(\begin{bmatrix} \lambda+1+l_1 & -2+l_2 \\ -2+2l_1 & \lambda+1+2l_2 \end{bmatrix}) = 0$. Förenkling leder till $\lambda^2 + \lambda(2+l_1+2l_2) + (-3+5l_1+4l_2) = 0$. Detta jämförs med önskade polpolynomet $(s+2)^2 = s^2+4s+4$ och lösning av det uppkomna ekvationssystemet leder till $l_1 = 1, l_2 = 0.5$. Överföringsfunktionen för det slutna systemet ges av $C(sI-(A-BL))^{-1}Bl_0$ vilken har statisk förstärkning $-C(A-BL)^{-1}Bl_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1.5 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} l_0 = \frac{5}{4} l_0$. För att undvika stationärt reglerfel vid konstant referenssignal krävs att statiska förstärkningen är ett, således väljs $l_0 = \frac{4}{5}$.

(b) Framtagning av polpolynomet ger i detta fal $s^2 + (2+l_1+l_2)s + (3l_1+3l_2-3)$. Jämförelse med önskade polpolynomet ger kraven $2+l_1+l_2 = 4$ och $3l_1+3l_2-3 = 4$ vilka förenklas till $l_1+l_2 = 2$ samt $l_1+l_2 = 4/3$. Kraven är inkonsistenta! Med den mekaniska designen som gjorts så kan man inte reglera systemet på ett godtyckligt sätt.