

# TENTAMEN I REGLERTEKNIK

TID: 2024-01-08, kl 8-13

KURS: TSRT19, TSRT23

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Johan Löfberg, tel 070-3113019

BESÖKER SALEN: 09:00,11:00

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, tel 013-282225, [ninna.stensgard@liu.se](mailto:ninna.stensgard@liu.se)

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Läroboken Glad-Ljung: "Reglerteknik, grundläggande teori" med inläsningsanteckningar, utgiven formelsamling såsom tefyma, mathematics handbook, beta etc, räknedosa utan färdiga program.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Anslås efter tentamen på kursens hemsida.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER: betyg 3 23 poäng  
betyg 4 33 poäng  
betyg 5 43 poäng

**OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas, om ej annat sägs. Bristande motiveringar ger poängavdrag.**

Lycka till!



1. (a) I ett reglersystem där man återkopplar mätsignalen  $y(t)$  har man upptäckt att det finns mätbrus med stort energiinnehåll i frekvensen  $10 \text{ rad/s}$ . För att hantera detta tänker man låta mätsignalen  $y(t)$  gå genom ett filter innan den når regulatören, och således använda regulatören  $U(s) = F(s)(R(s) - H(s)Y(s))$ . Två förslag på filtret  $H(s)$  har getts,  $H_1(s) = \frac{5}{s+5}$  och  $H_2(s) = \frac{100}{s^2+s+100}$ . Vilket av dem borde man välja om man vill minska effekterna av mätbruset, och varför? (2p)
- (b) Jenny har tagit fram en matematisk modell för att beskriva sambandet mellan ventilöppning  $u(t)$  och uppnått hydraultryck  $y(t)$  i sin nya traktorprodukt.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= (1 \ 1) x(t) \end{aligned}$$

Även Benny tagit fram en modell för att beskriva sambandet, men kommer fram till följande modell.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= (1 \ 0) x(t) \end{aligned}$$

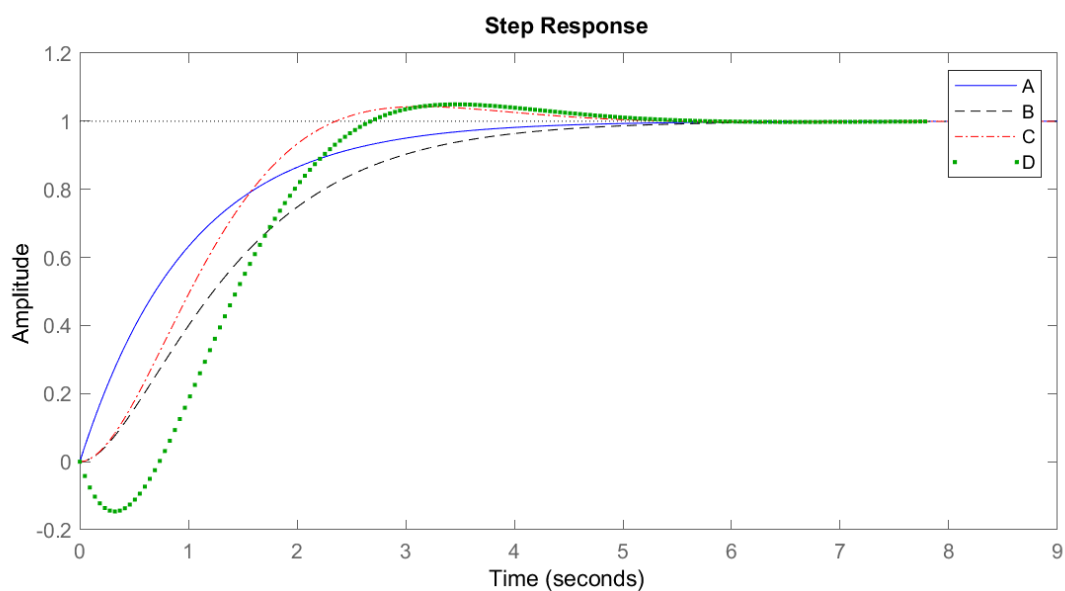
Visa att det är fullt möjligt att båda har rätt. (3p)

- (c) Vid stegsvarexperiment på ett linjärt system har man noterat att utsignalen stabiliserar sig på en nivå hälften så stor som insignalen, dvs  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0.5u(t)$ . Om man nu skulle koppla in en P-återkoppling  $u(t) = 10(r(t) - y(t))$ , under antagandet att det återkopplade systemet förblir stabilt, vad skulle  $y(t)$  konvergera mot om man gjorde enhetssteg på referenssignalen  $r(t)$ . (3p)
- (d) Du har fått i uppgift att konstruera en PID-regulator till en liten månbil. Av försiktighetsskäl har man beslutat att regulatören skall implementeras i en dator som stannar kvar på jorden. Månbilen kommer alltså skicka mätsignaler till jorden, där en styrsignal beräknas och skickas tillbaka till månbilen. Avståndet till månen är  $384000 \text{ km}$ , och radiosignaler färdas med ljusets hastighet, dvs  $300000 \text{ km/s}$ . Hur stor fasmarginal måste din regulator ha om den har en skärfrekvens på  $0.3 \text{ rad/s}$ . (2p)

2. (a) I Figur 1 visas 4 stegsvar (med  $u(t) = 1$ ). Nedan är 6 alternativa överföringsfunktioner föreslagna. Fyra av de föreslagna överföringsfunktionerna går att koppla till ett av stegsvaren. Förklara vilka ihopparningar som är lämpliga. (4p)

$$G_1(s) = \frac{-s + 2}{s^2 + 2s + 2}, \quad G_2(s) = \frac{2}{s^2 + 2s + 2}, \quad G_3(s) = \frac{2}{s^2 - 3s + 2}$$

$$G_4(s) = \frac{2}{(s + 1)(s + 2)}, \quad G_5(s) = \frac{1}{(s + 1)(s + 2)}, \quad G_6(s) = \frac{1}{(s + 1)}$$



Figur 1: Stegsvvar i uppgift 2a.

(b) Vi har en modell

$$G(s) = \frac{3^n}{(2s + 8)^n}$$

där  $n$  är ett positivt heltal (dvs vi har seriekopplat en mängd liknande system). Antag att systemet drivs av en insignal  $u(t) = \sin(t)$ . Hur stort kan  $n$  vara om vi inte tillåter en färförlust större än  $45^\circ$ . (3p)

(c) Rita ett blockschema av nedanstående reglersystem. (3p)

$$\begin{aligned}U_1(s) &= F_1(s)E_1(s) \\U_2(s) &= F_2(s)E_2(s) \\Y_1(s) &= G_1(s)(U_1(s) + U_2(s)) \\Y_2(s) &= G_2(s)Y_1(s) \\E_1(s) &= R(s) - Y_1(s) \\E_2(s) &= R(s) - Y_2(s)\end{aligned}$$

3. Dynamiken som beskriver rovdjurs och bytesdjurs populationsutveckling har länge använts för att illustrera fenomen i differentialekvationer.

Vi antar att det bara finns två sorters djur i Sverige, nämligen vargar, vars populationsstorlek betecknas med  $v(t)$ , samt harar,  $h(t)$ . I en extremt förenklad modell så följer dessa två djurs populationsstorlekar följande differentialekvationer

$$\begin{aligned}\dot{h}(t) &= 0.1h(t) - 0.3v(t) \\ \dot{v}(t) &= 0.05h(t) - 0.2v(t)\end{aligned}$$

- (a) Tolka vad parametrarna 0.1,  $-0.3$ , 0.05,  $-0.2$  representerar praktiskt. (1p)
- (b) Du har blivit chef på Naturvårdsverket och har i uppdrag att reglera vargstammen i Sverige. Din briljanta plan är odla upp harar och placera ut dessa i naturen då det finns för lite vargar. När det finns för många vargar skulle du kunna välja att öka jakten på vargar, men går istället omvägen genom jakt på harar. Med andra ord, du lägger till en styrsignal på hararna så att du kan öka eller minska deras tillväxt

$$\dot{h}(t) = 0.1h(t) - 0.3v(t) + u(t)$$

Tag fram en tillståndsmodell med  $(A, B, C, D)$ , i fallet att den intressanta utsignalen  $y(t)$  är antalet vargar. (2p)

- (c) Du tänker skapa en ny myndighet (Djurräkningsverket) som hela tiden räknar hur många harar och vargar det finns ute i naturen, och sedan placera ut/skjuta av  $u(t) = l_1h(t) + l_2v(t) + l_0r(t)$  harar, i syfte att få en vargstam med  $r(t)$  vargar. Tag fram en lämplig återkopplingsstrategi sådan att det slutna systemet från önskat antal vargar  $r(t)$  till det faktiska antalet vargar har två poler i  $-0.1$ , samt statisk förstärkning 1. (5p)
- (d) Du stöter på patrull då skogsvårdarna på Djurräkningsverket försynt påpekar svårigheten i att räkna hur många harar som finns ute i det fria. Att räkna antalet vargar är dock enkelt, då de är få och lätt kan spåras. Beskriv en strategi som kan användas för att kunna använda återkopplingsstrategin trots att man inte kan mäta antalet harar. Visa även med en matematisk beräkning att denna strategi faktiskt kan användas på populationssystemet. (2p)

4. Du arbetar på Svenska kraftnät och ska analysera hur vattenkraft används för att reglera tillfälliga snabba fluktuationer på frekvensen i det svenska elnätet. När konsumtion ökar/effektproduktion minskar så sjunker frekvensen, och det måste snabbt kompenseras genom mer effektproduktion från någon producent.

Effekten  $y(t)$  som levereras i ett vattenkraftverk påverkas av hur mycket en ventil i vattenröret är öppen, vilket kan justeras med en styrsignal  $u(t)$ . Ni har sedan tidigare tagit fram en modell

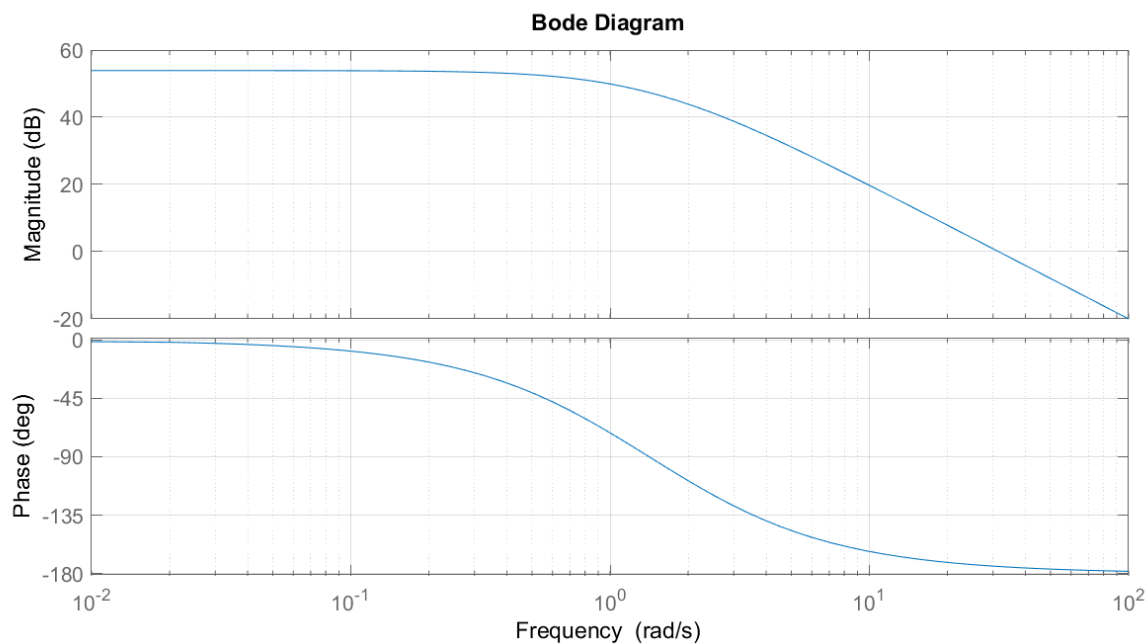
$$Y(s) = \frac{-2s + 1}{s^2 + 3s + 1}U(s)$$

- (a) Använd P-reglering för att styra effektproduktionen  $y(t)$  från en begärd produktion  $r(t)$ . Vår tumregel är att större förstärkning  $K_P$  ger snabbare system, vilket torde vara bra för att snabbt kunna producera mer effekt och således lösa frekvensregleringsproblemet. Visa genom analys av slutna systemet att det tyvärr finns en fundamental begränsning i val av  $K_P$  och att den inte kan väljas godtyckligt stor för att på så sätt göra slutna systemet godtyckligt snabbt. (4p)
- (b) Vad för karakteristiskt egenskap i det öppna systemets dynamik är det som gör att det finns en begränsning på förstärkningen? (1p)
- (c) Du implementerar en P-regulator och blir besviken då det visar sig att det statiska reglerfelet vid konstanta referensändringar blir större när man kopplar in din P-regulator (med  $K_P > 0$ ) jämfört med när man kör öppen styrning  $u(t) = r(t)$ . Visa detta. (2p)
- (d) Du går trots allt vidare med arbetet och landar i att använda  $K_P = \frac{1}{2}$ . Kollegorna som utvecklat modellen berättar nu nervöst att de är osäkra på modellen och att den kanske är lite fel, särskilt i frekvensområdet  $100 \text{ rad/s}$  pga diverse svårmodellerade effekter från turbulens. Detta gör dig dock inte särskilt orolig, förklara varför. (3p)

5. Denna uppgift kräver ej motivering, utan din uppgift är bara att genomföra lämpliga analyser och beräkningar och sedan enbart svara **Ja**, **Nej**, eller **Går ej att avgöra** och inget annat på de fem frågorna. Du måste dock lita på din analys, då felaktigt svar ger en negativ poäng (dvs -1p istället). Du kan naturligtvis avstå att svara på delfrågan och får då 0p. Du kan ej få mindre än 0p totalt på hela uppgiften.

Nedan är ett Bodediagram avbildat för en kretsförstärkning  $G(s)F(s)$  i ett standard återkopplat reglersystem. Vad gäller för följande påståenden?

- (a) Vid konstanta referenssignaler kommer man få ett nollskilt statiskt reglerfel. (2p)
- (b) Slutna systemets Bodediagram har en kraftig resonanstopp. (2p)
- (c)  $G(s)$  innehåller en tidsfördröjning på minst 10 sekunder (2p)
- (d)  $G(s)F(s)$  har en pol i origo (2p)
- (e)  $G(s)$  har två poler (2p)



Figur 2: Rotort i uppgift 5.