TENTAMEN I TSRT19 REGLERTEKNIK

SAL:

TID: 2023-08-18 kl. 08:00-13:00

KURS: TSRT19 Reglerteknik

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Johan Löfberg, tel. 013-281747,070-3994847

BESÖKER SALEN: cirka kl. 9:30, 11:00 och 12:00

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, 013-282225, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL:

1. *T. Glad & L. Ljung*: ”Reglerteknik. Grundläggande teori”
2. Tabeller och formelsamlingar, t.ex.:
   L. Råde & B. Westergren: ”Mathematics handbook”,
   C. Nordling & J. Österman: ”Physics handbook”,
   S. Söderkvist: ”Formler & tabeller”
3. Miniräknare utan färdiga program

Normala inläsningsanteckningar får finnas i böckerna.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Finns på kursens websida efter skrivningens slut.

VISNING av tentan äger rum 2023-09-12, kl. 12.30–13.00 i Ljungeln, B-huset, ingång 27, A-korridoren till höger.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:	betyg 3	23 poäng
	betyg 4	33 poäng
	betyg 5	43 poäng

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

1. (a) En enkel modell av en robotarm ges av

$$J\ddot{y}(t) = u(t)$$

där $y(t)$ anger armens vinkel och $u(t)$ är applicerat moment. J är armens tröghetsmoment, och vi antar att $J = 1$. Robotarmen styrs med en PD-regulator på formen

$$u(t) = K_P e(t) + K_D \dot{e}(t) \tag{1}$$

där $e(t) = r(t) - y(t)$. Ange det återkopplade systemets poler. För vilka värden på K_P och K_D är det återkopplade systemets poler reella? (4p)

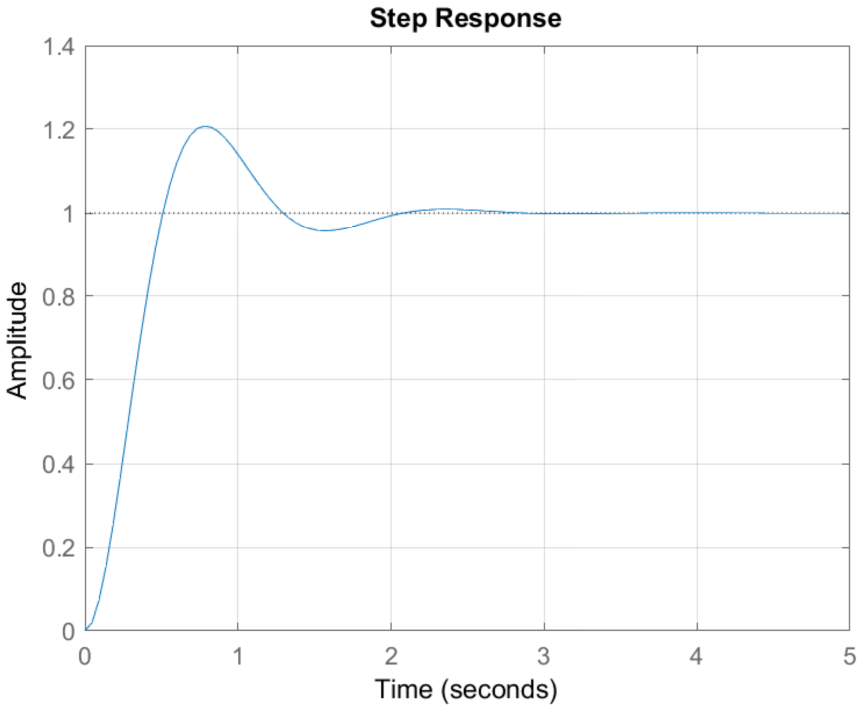
(b) De före detta LiTH-studenterna Ivar och Elsa rotar i ett datorprogram där PD-regulatorn ovan implementerats. De har hittat ekvationen

$$u_k := 21e_k - 20e_{k-1}$$

där u_k och e_k betecknar styrsignalen respektive reglerfelet i samplingstidpunkt k. De vet också att programmet körs med samplingsintervallet $T_s = 0.1$ sek. Vilka värden på K_P och K_D i ekvation (1) motsvarar detta? (4p)

(c) Figur 1 visar stegsvaret för ett system på formen

$$Y(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} U(s)$$



Figur 1: Stsgsvar till uppgift 1 c.

Vilket av följande alternativ för systemes poler är korrekt?

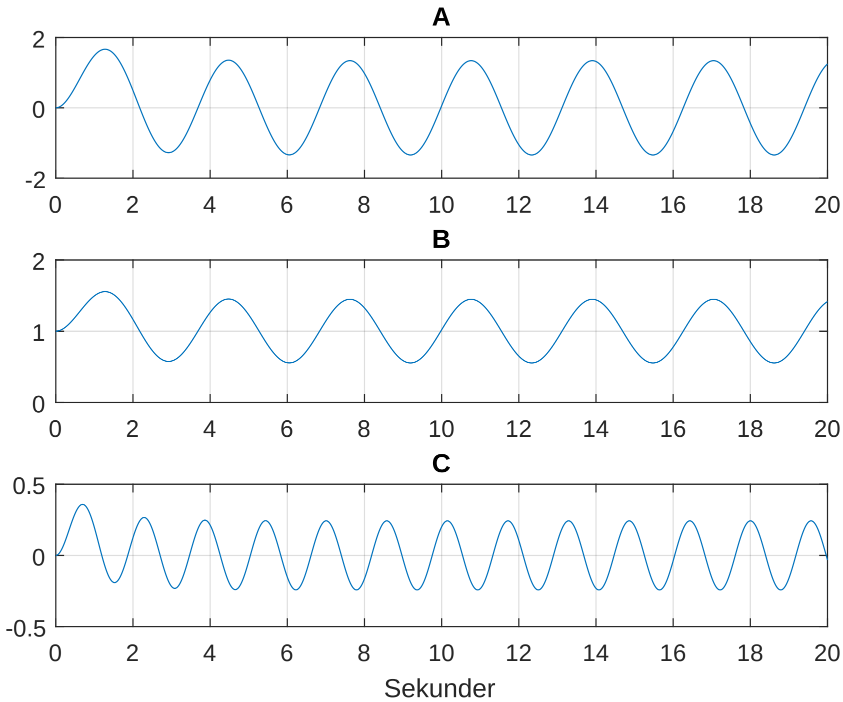
$$\begin{array}{ll} A: s = -2 \pm 2i & B: s = -1 \pm 2i \\ C: s = -4 \pm 4i & D: s = -2 \pm 4i \\ E: s = -4 \pm 2i & F: s = -2 \pm i \\ G: s = -4 \pm 8i & H: s = 4 \pm 4i \end{array}$$

(4p)

2. (a) Ivar och Elsa har gjort några experiment med ett system som beskrivs med modellen

$$Y(s) = \frac{a}{s+a} U(s)$$

På grund av datorproblem har det blivit lite rörigt bland filer och figurer, och dom behöver hjälp med att reda ut detta. Antag att man låtit insignalen till systemet vara $u(t) = \sin 2t$. Ange för var och en av kurvorna i figur 2 varför de **inte** kan vara utsignal från systemet under denna förutsättning. (3p)

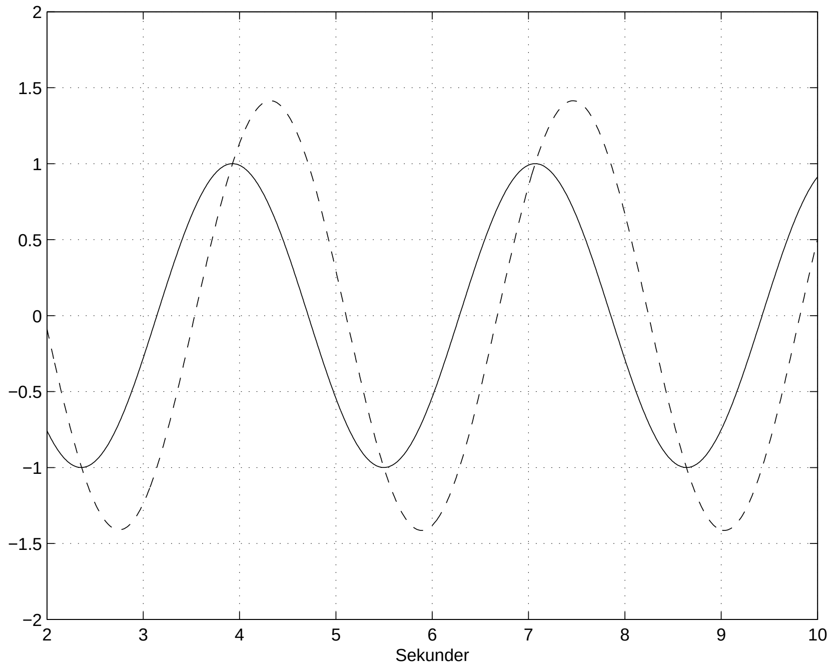


Figur 2: Utsignaler till uppgift 2 a.

(b) Ett system beskrivs av differentialekvationen

$$\tau\dot{y}(t) + y(t) = ku(t)$$

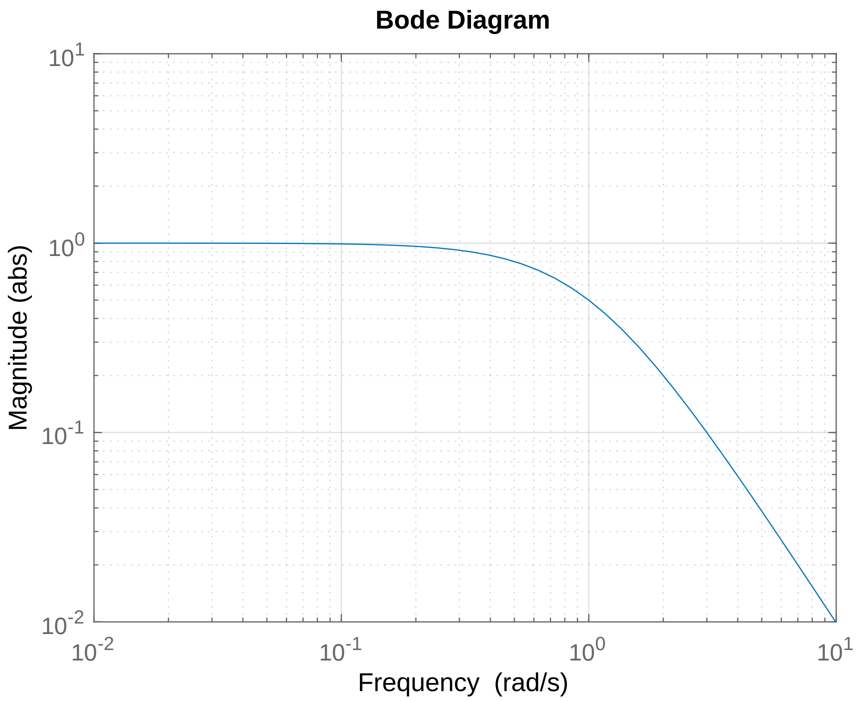
I figur 3 visas signalerna $u(t)$ och $y(t)$ då man låter insignalen vara en sinussignal. Bestäm koefficienterna k och τ. (3p)



Figur 3: Signaler till uppgift 2 b. Heldragen - insignal. Streckad - utsignal.

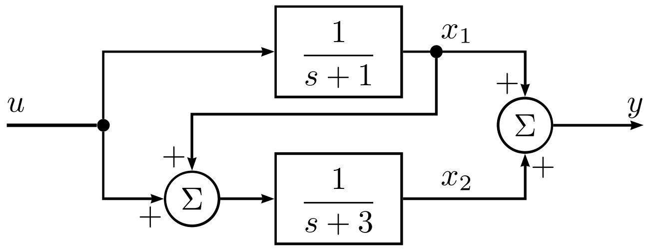
(c) Figur 4 visar amplitudkurvan för ett system. Vilket av systemen nedan hör till kurvan? (2p)

$$G_1(s) = \frac{4}{(s+2)^2} \quad G_2(s) = \frac{4}{(s+1)^2}$$
$$G_3(s) = \frac{2}{(s+2)^2} \quad G_4(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$



Figur 4: Amplitudkurva till uppgift 2 c.

3. (a) Ett system beskrivs på blockschemaform enligt figur 5. Ta fram tillståndsmodellen för systemet med de tillståndsvariabler som anges i figuren. (4p)



Figur 5: System i uppgift 3 a.

(b) Ett föremåls position, $y(t)$, vid horisontell rörelse, kan beskrivas med modellen

$$m\ddot{y}(t) = u(t)$$

där m är föremålets massa och $u(t)$ är kraften som påverkar föremålet. Antag att vi inför tillståndsvariablerna $x_1(t) = y(t)$ och $x_2(t) = \dot{y}(t)$. Verifiera att modellen kan skrivas på tillståndsform enligt nedan. (1p)

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/m \end{pmatrix} u(t) \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

(c) Antag att $m = 1$. Bestäm en tillståndsåterkoppling på formen

$$u(t) = -Lx(t) + l_0 r(t)$$

sådan att det återkopplade systemets poler får absolutbelopp ω_0 och dämpning ζ samt att det återkopplade systemet får statisk förstärkning ett. (5p)

4. (a) Ett system består av två seriekopplade tankar enligt figur 6, där u och y betecknar inflöde respektive nivå i den undre tanken. Systemet har överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

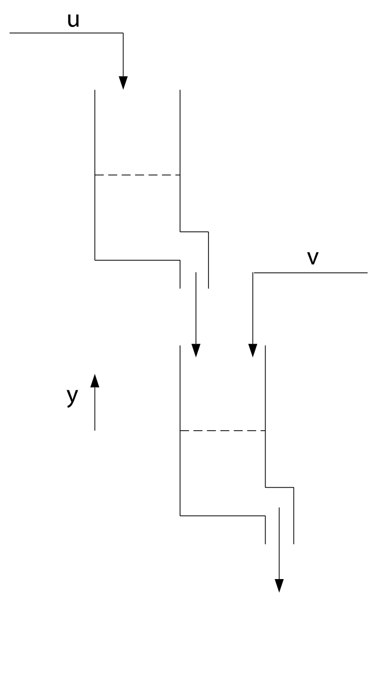
Nivån styrs med proportionell återkoppling

$$U(s) = K(R(s) - Y(s))$$

Målet med återkopplingen är att minimera inverkan av störningen v och kravet på reglersystemet formulerat som

$$| S(i\omega) | \leq 0.1$$

vid vinkelfrekvensen $\omega = 1$, där $S(s)$ betecknar känslighetsfunktionen. Hur skall K väljas för att kravet skall uppfyllas? (3p)



Figur 6: Tanksystem

(b) Betrakta åter tanksystemet i uppgift 4 a och att det fortfarande styrs med proportionell återkoppling. Antag nu att $v(t) = 0$ men att $r(t)$ är ett enhetssteg. Vad blir det stationära reglerfelet? (3p)

(c) Tanksystemet i uppgift 4 a kan beskrivas med tillståndsmodellen

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u \qquad y(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x(t)$$

där x_1 och x_2 betecknar nivån i den övre respektive undre tanken. Nivåerna i de båda tankarna kan mätas och systemet styrs med återkopplingen

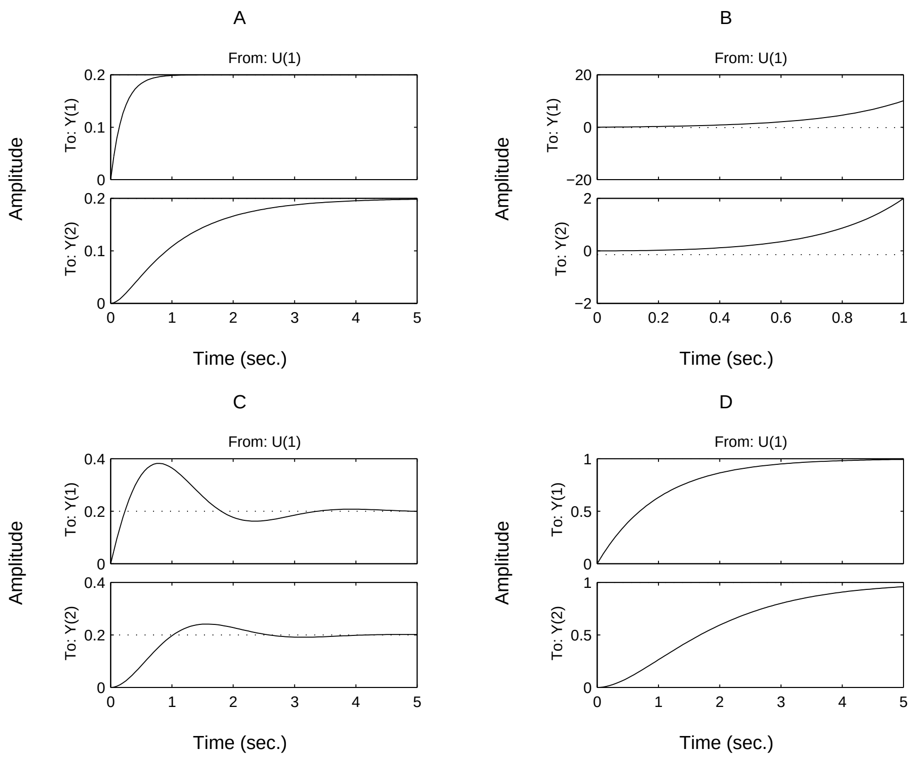
$$u = -Lx + r = -l_1 x_1 - l_2 x_2 + r$$

Reglersystemet testas genom att lägga på ett steg i referenssignalen r med följande fyra förstärkningar.

$$(i) \quad L = (0 \quad 0) \qquad (ii) \quad L = (0 \quad 4)$$

$$(iii) \quad L = (-4 \ -4) \quad (iv) \quad L = (4 \quad 0)$$

Resultaten visas i figur d. Kombinera rätt L-vektor med rätt figur. (4p)



Figur 7: Stegsvar för de fyra fallen. Övre kurva: x_1. Undre kurva: x_2.

5. En elektrisk motor antas kunna beskrivas av modellen

$$G(s) = \frac{k_0}{s(\tau s + 1)}$$

där $k_0 > 0$ och $\tau > 0$ och man experimentellt bestämt koefficientvärdena till $k_0 = 50$ och $\tau = 0.25$.

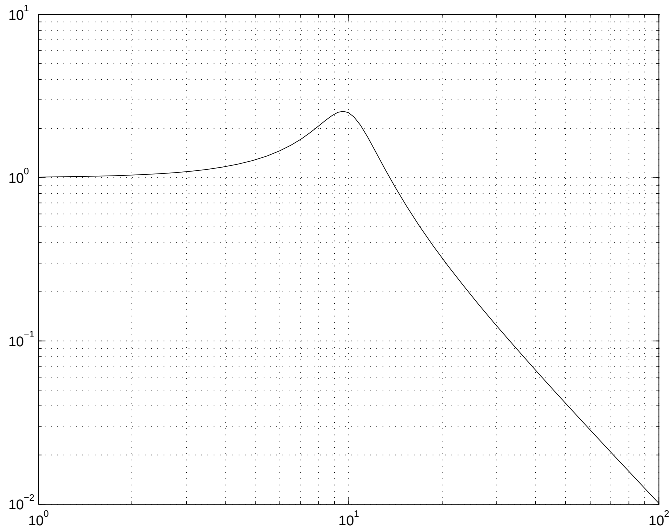
(a) Antag att motorn styrs med proportionell återkoppling

$$U(s) = K(R(s) - Y(s))$$

För vilket värde på K har det återkopplade systemtes poler relativ dämpning $1/\sqrt{2}$? (3p)

(b) Antag att motorn styrs med proportionell återkoppling enligt uppgift a). Kan det återkopplade systemet bli instabilt för något $K > 0$? Ange i så fall för vilka värden. (3p)

(c) Antag att man väljer $K = 0.5$ i den proportionella återkopplingen ovan. Då ges det återkopplade systemets amplitudkurva av figur c.



Figur 8: Amplitudkurva för det återkopplade systemet.

Det är viss osäkerhet i uppskattningen av koefficienten k_0 och systemet ges istället av

$$G^0(s) = \frac{50(1+\alpha)}{s(0.25s + 1)}$$

där man dock med säkerhet vet att $\mid \alpha \mid \leq 0.5$. Ger den proportionella återkopplingen ett garanterat stabilt återkopplat system, enligt robusthetskriteriet, i detta fall? Om ej, för vilka värden på α kan stabilitet garanteras? (4p)