TENTAMEN I REGLERTEKNIK

TID: 2023-01-09, kl 08.00-13.00

KURS: TSRT19, TSRT23

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Johan Löfberg, tel 070-3113019

BESÖKER SALEN: 10.00, 12.00

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, tel 013-282225, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Läroboken Glad-Ljung: ”Reglerteknik, grundläggande teori” med inläsningsanteckningar,formelsamling, räknedosa utan färdiga program.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Anslås efter tentamen på kursens hemsida.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:	betyg 3	23 poäng
	betyg 4	33 poäng
	betyg 5	43 poäng

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas, om ej annat sägs. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

Denna tentamen är framtagen i ett samarbete mellan Linköpings universitet, tomteverkstaden och Göteborgs stad.

OBS: En kortfattad mindre texttung (men tråkig) variant av tentamen finns i slutet

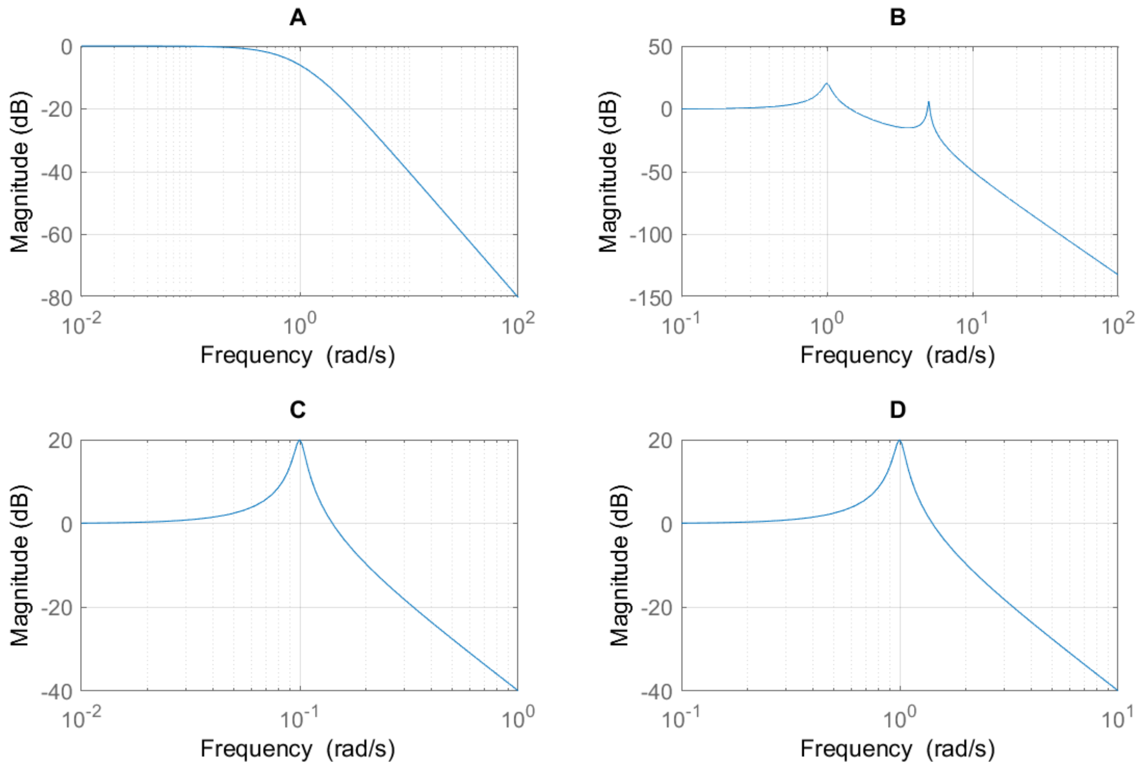
1. (a) Vi börjar med en uppvärmning: Beskriv en automat för uppvärmning av mjölk ur ett reglertekniskt perspektiv. Signaler r, y och u ska beskrivas i sammanhanget. Eftersom detta är en uppvärmningsuppgift så får du förenkla och anta att det är lättmjölk (vanlig mjölk är nog inte svårare och leder till ett standardproblem). (3p)

   (b) Ge ett exempel på någon effekt som gör att vi kan misstänka att mjölkuppvärmning inte är linjärt. (1p)

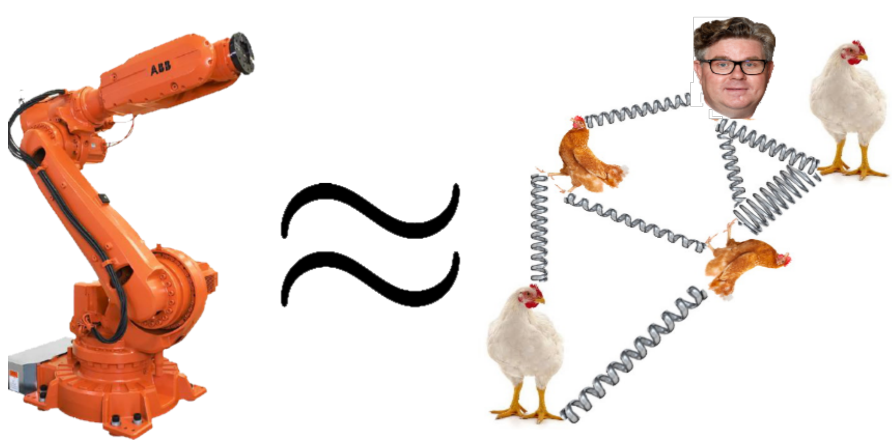
   (c) Efter uppvärmningen ska du nu få visa dig på styva linan. Veka robotarmar modelleras ofta som ett mekaniskt fjäder-massa system, se Figur 2 för ett exempel. I Figur 1 är amplitudförstärkningar avbildade för 4 sådana robotmodeller. Den arma reglerteknikern som har gjort figurerna har dock blandat ihop vilken modell figuren tillhör, vilket således blir ditt jobb att reda ut. Även om du får styvt med tid så måste du motivera dina svar, vi är inte flexibla på den saken. (4p)

$$G_1(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}, \; G_2(s) = \frac{1}{s^2 + 0.1s + 1}$$
$$G_3(s) = \frac{0.01}{s^2 + 0.01s + 0.01}, \; G_4(s) = \frac{25}{(s^2 + 0.1s + 1)(s^2 + 0.1s + 25)}$$

   (d) Högsta hönset på justitiedepartementet, nya ministern Gunnar Strömmer (se Figur 2), har insett att han måste läsa in sig på lagar och regler, och hoppar därför på en grundkurs i reglerteknik. Han är lite konfunderad över innehållet, men finner en teori om system som reagerar på en åtgärd åt fel håll initialt, men sedan vänder och börjar ge de effekter man ville ha som en intressant teori för politik och beslutsfattande. Vad är det för fenomen och matematiskt koncept Gunnar lärt sig? (2p)

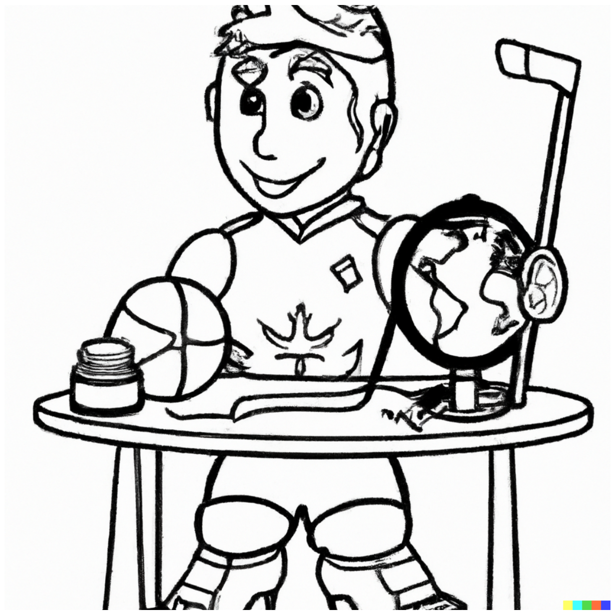


Figur 1: Amplitudförstärkningar för de fyra olika systemen G_1, G_2, G_3, G_4, dock ej uppritade i den ordningen. Eller så är de kanske det bara för att det skulle vara så oslumpmässigt. Illustration: `bodemag([[redacted]])`



Figur 2: Robot abbroximerad som en massa fjäder-massa system (eng. spring chicken). Om det ovan känns som en ovan approximation beror det nog på att den är ritad i ett fågelperspektiv. Illustration: Copy+paste i paint

2. Hockeyhjälten Håkan G. Loob har bestämt sig för att göra en julklapp till sin mor. Hans idé är att sätta en elmotor på en jordglob och sedan reglera den så att den snurrar ett varv per dygn och alltid står i önskad vinkel.



Figur 3: Håkan G. Loob med sin älskade jordglob. Varför Håkan har en basketboll och en burk marmelad på bordet förtäljer inte historien, men det påverkar ej heller beräkningar. Att han arbetar i full hockeymundering kan dock förklara varför det finmotoriska lödarbetet med sladdarna går fel i (d). *Illustration: DALL E-II*

En modell för globens rotationsvinkel från pålagd spänning ges av $Y(s) = \frac{1}{s^2}U(s)$ och Håkan återkopplar reglerfelet med regulatorn $F(s) = 1 + s$.

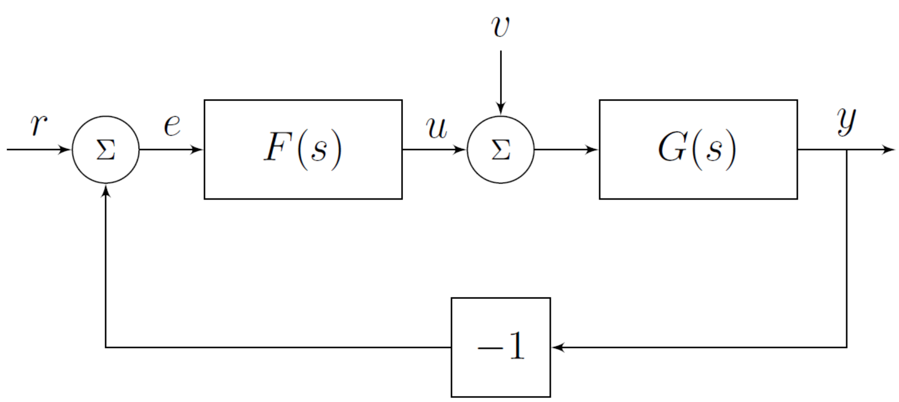
(Håkan försökte använda ett slutspelsteorem nedan, men du kan säkert komma på något mer passande. Mer assist får du inte.)

(a) Vad för slags regulator använder Håkan? (1p)

(b) Tag fram slutna systemet från referenssignal till utsignal och beräkna slutna systemets poler. (3p)

(c) Visa att det inte blir något reglerfel, dvs jordgloben kommer asymptotiskt kunna följa en vinkelreferens $r(t) = \frac{2\pi}{24}t$ perfekt (tidsenheten i modellen är alltså timma). Notera att referenssignalen inte är konstant. (3p)

(d) Håkan känner sig lite puckad, alla sladdar sätter griller i huvudet på honom och han vet att han kopplat fel och fått ett jordfel som kommer leda till fel spänning i elmotorn. Istället för styrsignalen $u(t)$ så kommer $u(t) + v$ där v är en okänd konstant in i motorn enligt Figur 4. Vad händer med reglerfelet? (3p)

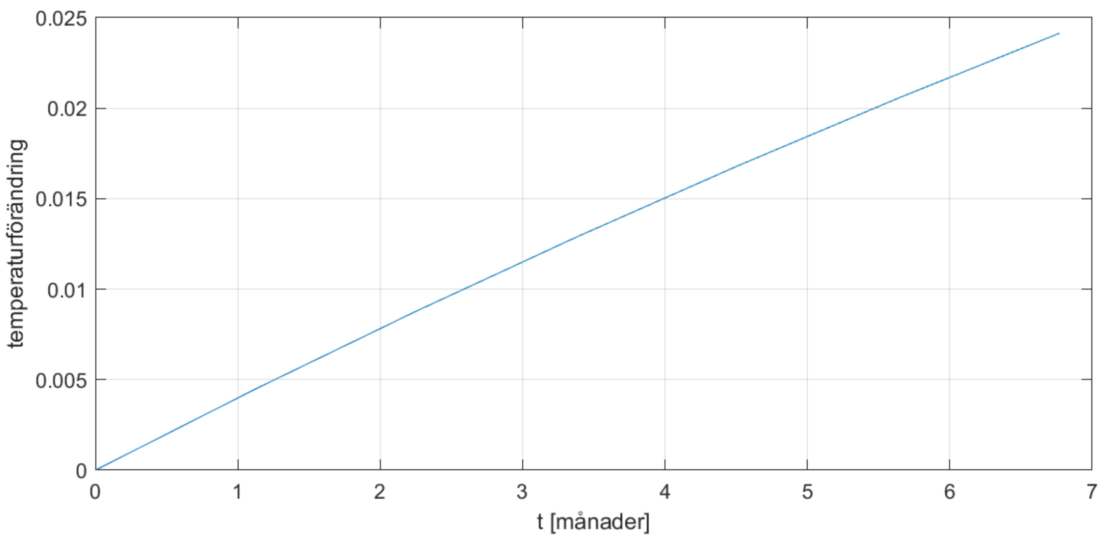


Figur 4: Jordfel v på Håkan Loobs jordglob.*Illustration: Okänd (dvs stulen av kollega)*

3. (a) Stig studerar varför dinosaurien Stegosaurus dog ut och tror att det handlar om att en förändrad halt av svavel i luften gav upphov till en kraftig temperaturförändring vilket ledde till extinktion.

För att studera denna tes har Stig påbörjat experiment i en stor biodome där han gör en förändring av svavelhalt $u(t)$ och studerar resulterande temperaturförändring $y(t)$. Experimentet görs via stegsvar med amplitud 1 på insignalen. Man vet från kemi att statisk förstärkning är 0.1, men vill identifiera en tidskonstant under antagandet att systemet beskrivs väl av $G(s) = \frac{0.1}{sT+1}$.

Processen är dock extremt långsam så Stigs stegsvar blir ett tråkigt segsvar med enorm stigtid. Stig avbryter men trots det så kan Stig brilliera och ta fram tidskonstanten från Figur 5 (under antagandet att modellansatsen stämmer) och göra ett segt steg till ett framsteg! Vad är tidskonstanten? (3p)



Figur 5: Avbrutet stigsvar

(b) Pernilla arbetar som miljöingenjör på Perstorp AB och har fått i uppdrag att ta fram en modell över hur utsläpp av miljöfarliga ämnen via skorstenar på fabriken faller ner via regn och tar sig ner till grundvattnet (så kallad perkolation). Fysikalisk modellering är omständigt men Pernilla tycker inte om stegsvarsexperiment utan föredrar frekvenssvarsexperiment (hon är en s.k periodare).

Hon genomför en serie experiment där hon periodiskt varierar halten av ett spårämne i vatten som hon besprutar mark med, förenklat $u(t) = sin(\omega t)$, och studerar sedan koncentrationen av spårämnet i grundvattnet, $y(t)$.

Fysikalisk insikt gör att hon ansätter modellen

$$Y(s) = \frac{K}{sT + 1} U(s)$$

där, per definition, K är systemets statiska förstärkning och T tidskonstant.

Tre experiment genomförs med olika frekvenser där hon noterar amplituden A på utsignalen samt dess dess fasförskjutning ϕ relativt insignalen, se Tabell 1.

ω	A	ϕ
1	1.342	-1.107
5	0.298	-1.471
10	0.150	-1.521

Tabell 1: Periodiska tabellen

Tag fram K och T. Problemet går att lösa på flera olika sätt, och du behöver inte all data som Pernilla samlat in. (4p)

(c) Tomtenisse Teo har läst grundläggande reglerteknik för att kunna hjälpa till i kommande uppgift. Han kombinerar sina kunskaper om Bodediagram och slutvärdesteoremet i följande teorim

Teorim (*Tomtenisse Teo 2023*)

Antag inga poler i HHP sant
Insignal konstant
Om man ser hur det lutar
Man vet hur det slutar

Det rimmar ju illa att rimma om något så viktigt som reglerteknik, och rimligen borde detta kunna förklaras på ett bättre sätt. Vad säger Teos teorim egentligen? (3p)

4. Jultomten har bestämt sig för att sätta hjul med ABS-bromsar på sin släde pga dåliga vinterförhållanden. Till sin hjälp har han tagit in en ingenjör på tomteverkstaden som han utser till förste hjultomte.

   (a) Hjultomten har tagit fram en modell som beskriver överföringsfunktionen från bromskraft $u(t)$ till hastighet $y(t)$, $Y(s) = \frac{1}{s(s+1)}U(s)$. Visa att följande tillståndsmodell representerar denna dynamik. (2p)

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} x$$

   (b) Hjultomten vill göra en tillståndsåterkoppling. En pol (som han kallar nordpolen) i slutna systemet ska placeras i -2, och den andra polen (sydpolen) vill vi ska vara långt bort från origo och placeras i -100. Tag fram en tillståndsåterkoppling i formen $u = -Lx + r$. (4p)

   (c) Långt inne i hjulverkstaden har tometemor en avdelning för säkerhetsanalys och signalspaning (MUST, mors underrättelse och säkerhetstjänst, i folkmun kallad hjulMUST), som arbetar för tomterikets säkerhet och stabilitet.

   Hjultomten vill utveckla ett ABS-system som minskar risken för sladd, och tänker därför använda sig av WiFi för att skicka signaler. hjulMUST har spanat på signalerna och underrättat hjultomten om att det kan finnas säkerhetsproblem om mätningen av signalen $x_2(t)$ förloras, och tillståndsåterkopplingen fortfarande används med $x_2(t)$ ersatt med 0. Blir regleringen fortfarande stabil?

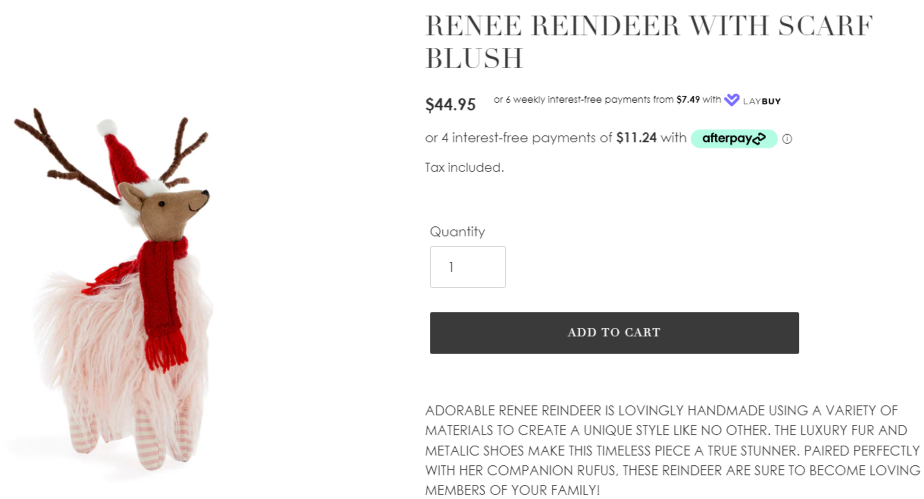
   Om du inte löst (b) kan du t.ex använda $L = \begin{bmatrix} 100 & 100 \end{bmatrix}$. (2p)

(d) ABS-systemet som utvecklats i hjulverkstaden baseras på en modell där en bromskraft genereras och saktar ner släden. I ett annat projekt fokuserar man på hur man faktiskt genererar en bromskraft på ett hjul. Antag att vi skickar en spänning till elektriska bromsar och att denna spänning för ett specifikt hjul på t.ex vänstra sidan heter u_L. Om e är reglerfelet, dvs avvikelsen mellan önskad och uppnådd bromskraft, så har man har kommit fram till att en enkel P-reglering med propertionalförstärkning $1/J$ där J är hjulets tröghetsmoment funkar för svenska slädar., dvs $u(t) = (1/J)e(t)$ eller om man så vill $Ju_L(t) = e(t)$,

Man ska nu göra en exportvariant för tyska premiumslädar och det krävs därför en förbättrad tysk variant av regulatorn med mer julkänsla. Den ska även användas i länder där det inte är Rudolf som drar släden, utan Renée, vilket kräver anpassad reglering, t.ex att man inte kan använda ren derivering. Man har kommit fram till att en generell regulator som funkar när släden har n hjul med radie r och tröghetsmoment J är

$$U_L(s) = \frac{1}{J}\left((n-1) + \frac{1}{s} + \frac{(r-n+1)s}{s+1}\right)E(s)$$

Skriv regulatorn i form av en högre ordningens differentialekvation, dvs gör en Laplaceinvers. Förenkla så långt som möjligt. Sluttrycket ska bara innehålla signalerna u_L och e och dess derivator (samt konstanterna r, n, och J naturligtvis). Om du kommer rätt bör din lösning ha dubbelt så mycket julkänsla som P-regulatorn och till synes vara bättre anpassad för situationer där Renée används som dragdjur. (2p)



Figur 6: Franskt dragdjur ~~Renee~~ ~~Ren$\frac{d}{dt}$ee~~ ~~Renée~~ Renée som ställer högre krav på reglersystemet. Obs, figuren visar en extrautrustad variant.
Illustration: Skärmdump från `https://hollyandivy.com.au/products/renee-reindeer-with-scarf-blush`, *åtkomst 2023-01-04 kl 09h32*

5. Filmstaden lider som många andra biografer av ett minskat besökande vilket slår hårt på vinstmarginalerna. De håller nu på att utveckla ett nytt koncept för att maximera upplevelsen vid fasliga skräckfilmer, kallat maxfas™ (ej att sammanblandas med SFs dåliga kopia icke-minfas™[1]

   För att maximera publikens upplevda fasa tänker man installera ett system som uppskattar fasan i publiken genom att mäta skrikvolymen $y(t)$ i salongen, och sedan reglera denna genom att spela fasansfulla ljud i högtalarna på ett klurigt sätt. Genom fasansfullt plågsamma experiment på en biopublik (illustrerat i Figur 7) har man lyckats ta fram ett Bodediagram, återgivet i Figur 8, som beskriver överföringsfunktionen från spelad ljudvolym $u(t)$ till publikens skrikvolym $y(t)$.

   (a) Antag att en P-regulator med $K_P = 1$ används för återkoppla reglerfelet. Vad blir den i sammanhanget ack så viktiga fasmarginalen? (2p)

   (b) Vad händer med slutna systemets bandbredd om vi minskar K_P? (2p)

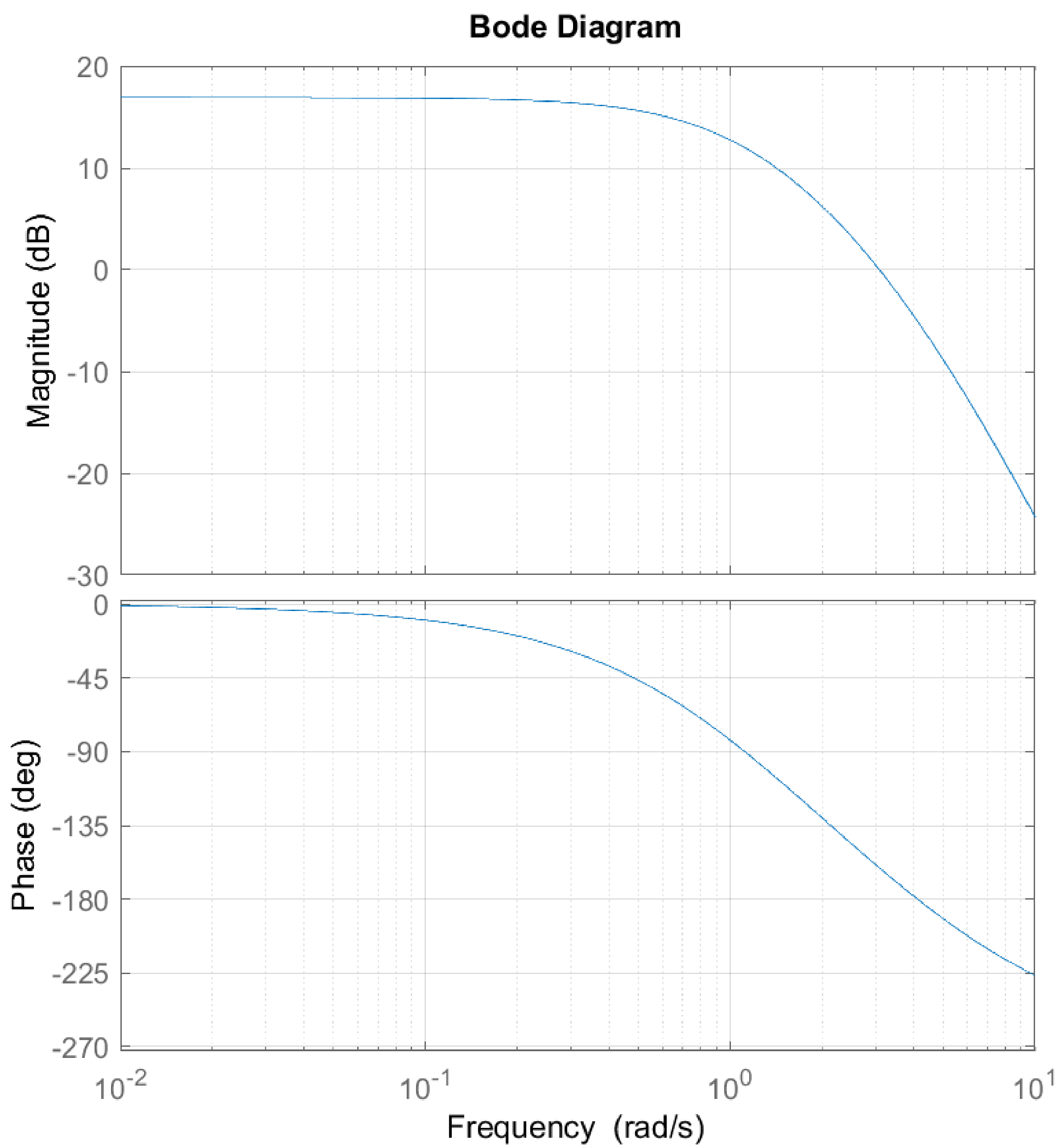
   (c) Att öka skärfrekvensen kan vara ett knivigt problem. Hur hög skärfrekvens kan man som mest erhålla här om man använder sig av en P-regulator. (3p)

   (d) Filmstaden bestämmer sig för att skjuta upp premiären av maxfas™några veckor, dvs de gör en tidsfördröjning som leder till fasförskjutning.

   Anledningen är att de upptäcker att känsliga tittare kan bli störda. De har gjort denna upptäckt genom att studera Bodediagrammet. Hur stor förstärkning har känslighetsfunktionen i frekvensen 4 rad/s, om regulatorn från uppgift (a) används. (3p)

[1] Rykten i branchen säger att anledningen till att SFs system är sämre beror på att deras modeller har inkorrekta böjda faskurvor, vilket beror på att filmer med skådespelaren Michael Fasbender användes när frekvenssvarsexperimenten genomfördes för att ta fram modellen.

Figur 7: Dramatisk ögonblicksbild (artistisk tolkning, ej foto) från Filmstadens frekvenssvarsexperiment som genomfördes (av Pernilla) för att generera Bode-diagrammet i Figur 8. Experimentet gjordes under en visning av Alfred Hitchcocks skräckklassiker *Psycho* från 1960 vilken har en skärfrekvens på i snitt ett knivmord per timma. *Illustration: DALLE-II*



Figur 8: Experimentellt framtaget Bodediagram som visar frekvenssvaret i frekvenssvarsfrågan. Borde enligt Pernilla beskriva systemets dynamik väl. *Illustration: Pernilla*

Tråkig version

1. (a) Beskriv en automat för uppvärmning av mjölk ur ett reglertekniskt perspektiv. Signaler r, y och u ska beskrivas i sammanhanget. (3p)

   (b) Ge ett exempel på någon effekt som gör att vi kan misstänka att mjölkuppvärmning inte är linjärt. (1p)

   (c) I Figur 1 är amplitudförstärkningar avbildade för 4 robotmodeller. Förklara hur du kan para ihop med modellerna nedan (4p)

$$G_1(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}, \; G_2(s) = \frac{1}{s^2 + 0.1s + 1}$$
$$G_3(s) = \frac{0.01}{s^2 + 0.01s + 0.01}, \; G_4(s) = \frac{25}{(s^2 + 0.1s + 1)(s^2 + 0.1s + 25)}$$

   (d) Inom reglertekniken finns det en teori om system som reagerar på en åtgärd åt fel håll initialt, men sedan vänder och börjar ge de effekter man vill. Vad är det för fenomen och matematiskt koncept? (2p)

2. Håkan G. Loob ska sätta en elmotor på en jordglob och sedan reglera den så att den snurrar ett varv per dygn och alltid står i önskad vinkel. En modell för globens rotationsvinkel från pålagd spänning ges av $Y(s) = \frac{1}{s^2}U(s)$ och Håkan återkopplar reglerfelet med regulatorn $F(s) = 1 + s$.

   (a) Vad för slags regulator använder Håkan? (1p)

   (b) Tag fram slutna systemet från referenssignal till utsignal och beräkna slutna systemets poler. (3p)

   (c) Visa att det inte blir något reglerfel, dvs jordgloben kommer asymptotiskt kunna följa en vinkelreferens $r(t) = \frac{2\pi}{24}t$ perfekt (tidsenheten i modellen är alltså timma). Notera att referenssignalen inte är konstant. (3p)

   (d) Istället för styrsignalen $u(t)$ så kommer $u(t) + v$ där v är en okänd konstant in i motorn enligt Figur 4. Vad händer med reglerfelet? (3p)

3. (a) Stig gör stegsvarsexperiment från svavelhalt $u(t)$ till temperaturförändring $y(t)$. Experimentet görs via stegsvar med amplitud 1 på insignalen. Man vet att statisk förstärkning är 0.1, men vill identifiera en tidskonstant under antagandet att systemet beskrivs väl av $G(s) = \frac{0.1}{sT+1}$.

   Exerpimentet avbryts i förtid men du kan trots det ta fram tidskonstanten från Figur 5 (3p)

   (b) Pernilla genomför en serie experiment där hon periodiskt varierar en insignal $u(t) = sin(\omega t)$, och studerar utsignalen $y(t)$.

   Fysikalisk insikt gör att hon ansätter modellen

$$Y(s) = \frac{K}{sT+1}U(s)$$

   Tre experiment genomförs med olika frekvenser där hon noterar amplituden A på utsignalen samt dess dess fasförskjutning ϕ relativt insignalen, se Tabell 1.

   Tag fram K och T. Problemet går att lösa på flera olika sätt, och du behöver inte all data som Pernilla samlat in. (4p)

   (c) Tomtenisse Teo kombinerar sina kunskaper om Bodediagram och slutvärdesteoremet i följande teorim

   Teorim (*Tomtenisse Teo 2023*)

   Antag inga poler i HHP sant
   Insignal konstant
   Om man ser hur det lutar
   Man vet hur det slutar

   Vad säger Teos teorim egentligen? (3p)

4. (a) Ett system beskrivs av $Y(s) = \frac{1}{s(s+1)}U(s)$. Visa att följande tillståndsmodell representerar denna dynamik. (2p)

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} x$$

(b) Utveckla en tillståndsåterkoppling $u = -Lx + r$ där en pol i slutna systemet placeras i -2, och den andra polen i -100. (4p)

(c) Analysera vad som händer om mätningen av signalen $x_2(t)$ förloras, och tillståndsåterkopplingen fortfarande används med $x_2(t)$ ersatt med 0. Blir regleringen fortfarande stabil? Om du inte löst (b) kan du t.ex använda $L = \begin{bmatrix} 100 & 100 \end{bmatrix}$. (2p)

(d) En regulator har parameteriserats i konstanter (r, n, J) från reglerfel e till styrsignal u_L som

$$U_L(s) = \frac{1}{J}\left((n-1) + \frac{1}{s} + \frac{(r-n+1)s}{s+1}\right)E(s)$$

Skriv regulatorn i form av en högre ordningens differentialekvation, dvs gör en Laplaceinvers. Förenkla så långt som möjligt. Sluttrycket ska bara innehålla signalerna u_L och e och dess derivator (samt konstanterna r, n, och J naturligtvis). (2p)

5. Ett systems beskrivs via ett Bodediagram, återgivet i Figur 8.

(a) Antag att en P-regulator med $K_P = 1$ används för återkoppla reglerfelet. Vad blir fasmarginalen? (2p)

(b) Vad händer med slutna systemets bandbredd om vi minskar K_P? (2p)

(c) Hur hög skärfrekvens kan man som mest erhålla här om man använder sig av en P-regulator. (3p)

(d) Hur stor förstärkning har känslighetsfunktionen i frekvensen 4 rad/s, om regulatorn från uppgift (a) används. (3p)