TENTAMEN I TSRT19 REGLERTEKNIK

SAL: TER 1, TER3

TID: 2022-08-19 kl. 8:00-13:00

KURS: TSRT19 Reglerteknik

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Johan Löfberg, tel. 070-3113019

BESÖKER SALEN: cirka kl. 9:00, 10:30 och 12:00

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, 013-282225,
ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL:
1. *T. Glad & L. Ljung*: "Reglerteknik. Grundläggande teori"
2. Tabeller och formelsamlingar, t.ex.:
   L. Råde & B. Westergren: "Mathematics handbook",
   C. Nordling & J. Österman: "Physics handbook",
   S. Söderkvist: "Formler & tabeller"
3. Miniräknare utan färdiga program

Normala inläsningsanteckningar får finnas i böckerna.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Finns på kursens websida och i Lisam efter skrivningens slut.

VISNING av tentan äger rum 2022-09-09, kl. 12.30–13.00 i Ljungeln, B-huset, ingång 27, A-korridoren till höger.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:		
	betyg 3	23 poäng
	betyg 4	33 poäng
	betyg 5	43 poäng

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

Notera att denna tentamen har en lite annorlunda poängindelning på uppgifterna jämfört med tidigare tentor. Detta är för att studera vissa upplägg inför universitets införande av nya bedömningskriterier på examination. Det påverkar inte tentamens innehåll eller betygssättning.

1. (a) I figur 1 visas stegsvaret för systemet

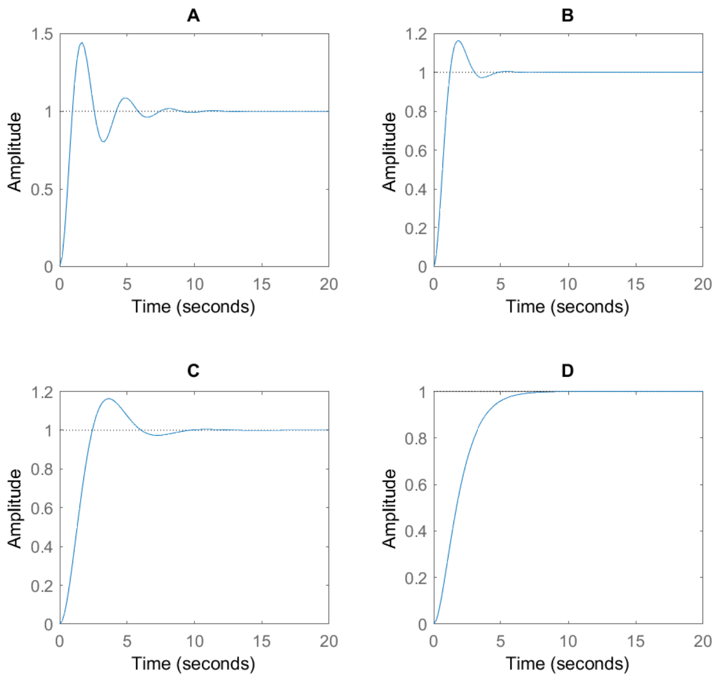
$$G(s) = \frac{a_2}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

för följande fyra kombinationer av a_1 och a_2.

$$(i) \quad a_1 = 1 \quad a_2 = 1 \qquad (ii) \quad a_1 = 2 \quad a_2 = 4$$

$$(iii) \quad a_1 = 2 \quad a_2 = 1 \qquad (iv) \quad a_1 = 1 \quad a_2 = 4$$

Kombinera rätt bild med rätt parametervärden. (4p)



Figur 1: Stegsvar till uppgift 1 a.

(b) Den karakteristiska ekvationen för ett reglersystem ges av

$$P(s) + K(s+4) = 0$$

där

$$P(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots a_n$$

och $n \geq 1$. Ange för respektive påstående nedan om det är: sant, falskt eller omöjligt att avgöra utan att känna $P(s)$. (3p)

1. För $n = 2$ kommer samtliga rötter att vara i vänster halvplan om K väljs tillräckligt stort.
2. För $n = 3$ kommer samtliga rötter att vara i vänster halvplan för alla $K > 0$.
3. För $n = 4$ kommer det alltid att finnas rötter i höger halvplan för stora värden på K.

(c) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

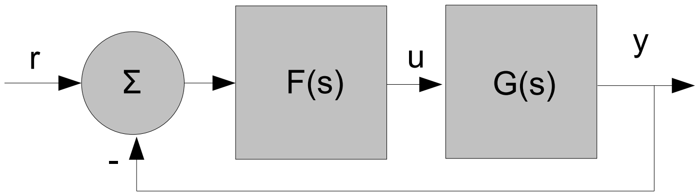
och det styrs med PID-återkopplingen

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \dot{e}(t)$$

Bestäm det återkopplade systemets karakteristiska ekvation. (3p)

(d) Betrakta åter reglersystemet i uppgift c). Hur ska koefficienterna i PID-regulatorn väljas för att det återkopplade systemets poler ska placeras i -2? (2p)

2. (a) Ett återkopplat reglersystem ges av figur 2.



Figur 2: Reglersystem

Det återkopplade systemets överföringsfunktion ges av

$$G_c(s) = \frac{G_O(s)}{1 + G_O(s)}$$

där $G_O(s) = F(s)G(s)$. Vi antar också att $F(s)$ valts så att det återkopplade systemet är stabilt. Beskriv med ord hur:

- Snabbheten (stigtiden) hos det återkopplade systemets stegsvar relateras till egenskaper hos amplitudkurvan $\mid G_C(i\omega) \mid$.
- Oscillationerna (dämpningen) hos det återkopplade systemets stegsvar relateras till egenskaper hos amplitudkurvan $\mid G_C(i\omega) \mid$.
- Felkoefficienten e_0 hos det återkopplade systemet relateras till egenskaper hos amplitudkurvan $\mid G_C(i\omega) \mid$.

(3p)

(b) Antag att insignalen till systemet

$$Y(s) = \frac{6}{s+3}U(s)$$

ges av $u(t) = 2\sin 4t$. Ange utsignalen i stationärt tillstånd. (2p)

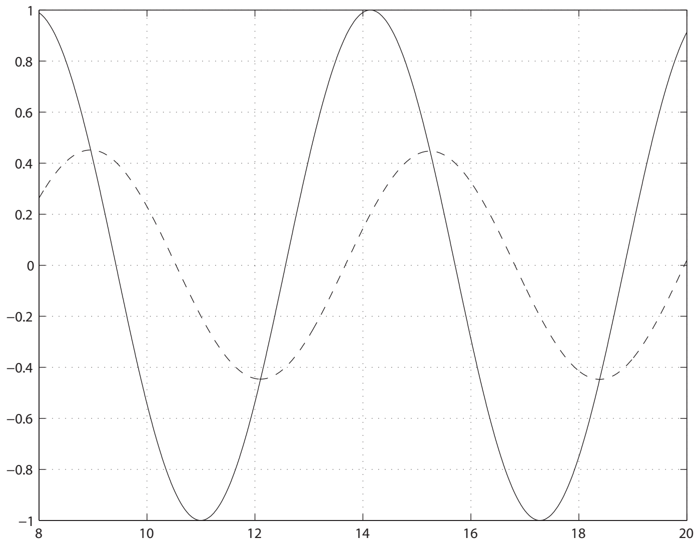
(c) En tank beskrivs med modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{k_D}{\tau_D s + 1}$$

Antag att flödet in i tanken, $u(t)$, varierar sinusformat. Figur 3 visar varationerna i nivån $y(t)$ i stationärt tillstånd. Ange k_D och τ_D. (3p)



Figur 3: Figur till uppgift 1 c. Heldragen: Inflöde u. Streckad: Nivå y. Tidsskala sekunder.

3. (a) Ett system ges beskrivs på tillståndsform av modellen

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

Systemet styrs med återkopplingen

$$u(t) = -\begin{pmatrix} 3 & 2 \end{pmatrix} x(t) + r(t)$$

Var ligger det återkopplade systemes poler? (3p)

(b) Ett mekaniskt system med insignal $u(t)$ och utsignal $y(t)$ beskrivs av differentialekvationen

$$J\ddot{y}(t) + f\dot{y}(t) + ky(t) = ku(t)$$

där J betecknar tröghetsmomet, och koefficienterna f och k betecknar friktionskoefficient respektive elasticitetskoefficient. Inför tillståndsvariablerna $x_1(t) = y(t)$ och $x_2(t) = \dot{y}(t)$ och ställ upp systemet på tillståndsform. (3p)

(c) Ett system beskrivs av modellen

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -2 & \alpha \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

För vilka värden på α är systemet styr och observerbart? (2p)

(d) I en processindustri finns en cylindrisk tank med bottenarean A. I botten av tanken finns ett runt hål med arean a där vätskan i tanken kan rinna ut. Nivå i tanken $y(t)$ bekrivs via Bernoullis ekvation av ekvationen

$$A\dot{y}(t) + a\sqrt{2g}\sqrt{y(t)} = u(t) + v(t)$$

där g gravitationskonstanten, $u(t)$ är ett inflöde i tanken som kan väljas samt $v(t)$ är ett inflöde som man inte kan påverka. För att sätta upp en tillståndsmodell, vad är lämplig val av tillståndsvaribel i detta fall?
I: $u(t)$, II: $v(t)$, III: A, IV: a, V: $y(t)$, VI: g, VII: $\dot{y}(t)$, VIII: $y(t), v(t)$, IX: $y(t), \dot{y}(t)$. (2p)

4. Ett elektromekaniskt positioneringssystem kan approximativt beskrivas med modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$Y(s) = \frac{A}{ms^2 + fs}U(s)$$

där koefficienten $A > 0$ anger relationen mellan insignalen (spänning eller ström) och applicerad kraft, $m > 0$ är massan och $f > 0$ är en friktionskoefficient.

Antag att systemet styrs med PD-återkopplingen

$$U(s) = (K_P + K_D s)(R(s) - Y(s))$$

Under antagandet att att $A = 1, f = 0.01$ och $m = 0.1$, d v s modellen

$$G(s) = \frac{1}{0.1s^2 + 0.01s}$$

bestäms koefficientvärderna $K_P = 10$ och $K_D = 1.5$. Med denna PD-regulator ges amplitudkurvan för det återkopplade systemet av figur 4.

(a) De värden på A, m och f som antagits är dock osäkra. Kan det återkopplade systemet bli instabilt för några värden på dessa koefficienter med de värden på K_P och K_D som bestämts? (3p)

(b) Antag nu att de värden på m och f som antagits är korrekta, men att värdet på A är osäkert, d v s det verkliga systemet ges av

$$G^0(s) = \frac{(1+\delta)}{0.1s^2 + 0.01s}$$

där $\delta > -1$. Vilket krav på δ ger robusthetskriteriet för att stabilitet hos det återkopplade systemet ska kunna garanteras? (3p)

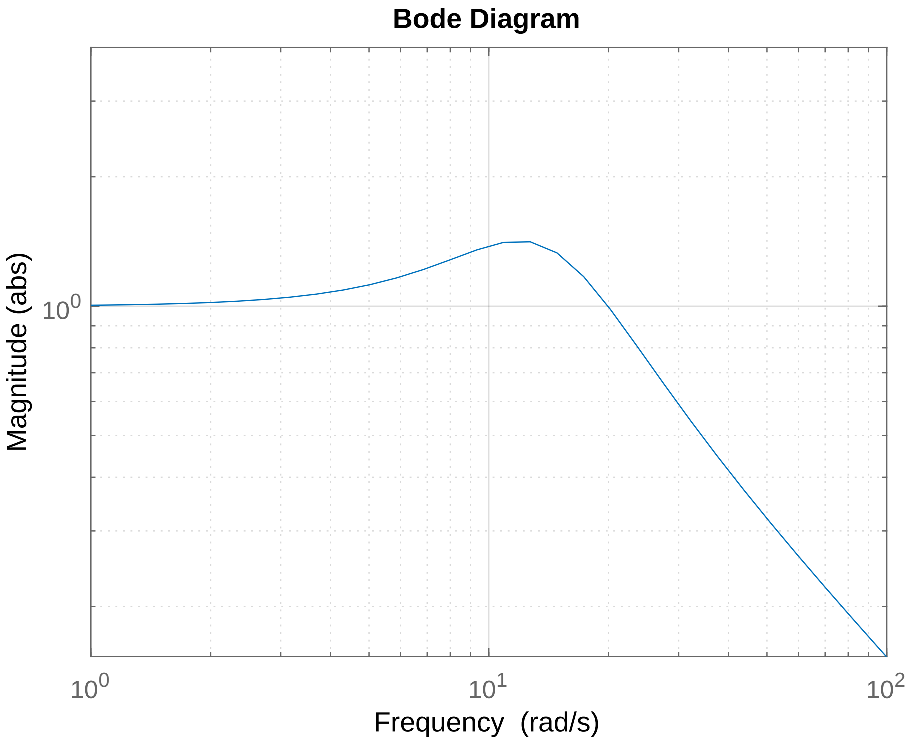
(c) Antag nu att massan m är osäker och att det verkliga systemet ges av

$$G^0(s) = \frac{1}{0.1(1+\delta)s^2 + 0.01s}$$

där $\delta > 0$. Verifiera att det relativa modellfelet i detta fall ges av

$$\Delta G(s) = \frac{-0.1\delta s}{0.1(1+\delta)s + 0.01}$$

Vilket krav på δ ger robusthetskriteriet i detta fall för att stabilitet för hos det återkopplade systemet ska kunna garanteras? (4p)



Figur 4: Bodediagram till uppgift 4.

5. Systemet

$$Y(s) = \frac{1}{s+1} U(s)$$

styrs med den proportionella återkopplingen

$$U(s) = K(R(s) - (Y(s) + N(s)))$$

där $K > 0$ och $N(s)$ betecknar en mätstörning.

(a) Bestäm sambandet mellan reglerfelet E, referenssignalen R och mätstörningen N. (1p)

(b) Bestäm amplitudkurvan för känslighetsfunktionen $S(s)$ och verifiera att återkopplingen alltid gör nytta i den meningen att känslighetsfunktionens absolutbelopp alltid är mindre än ett. (2p)

(c) Bestäm amplitudkurvan för den komplementära känslighetsfunktionen $T(s)$ (2p)

(d) Antag att referesnsignalen är $r(t) = \sin t$ samt att mätstörningen ges av $n(t) = \sin \omega_1 t$. Antag vidare att vi kräver att förstärkningen från $r(t)$ respektive $n(t)$ till $e(t)$ ska vara mindre än 0.1.Vilket krav på vinkelfrekvensen ω_1 ger detta? (5p)