Lösningar till tentamen i TSRT03/19 Reglerteknik

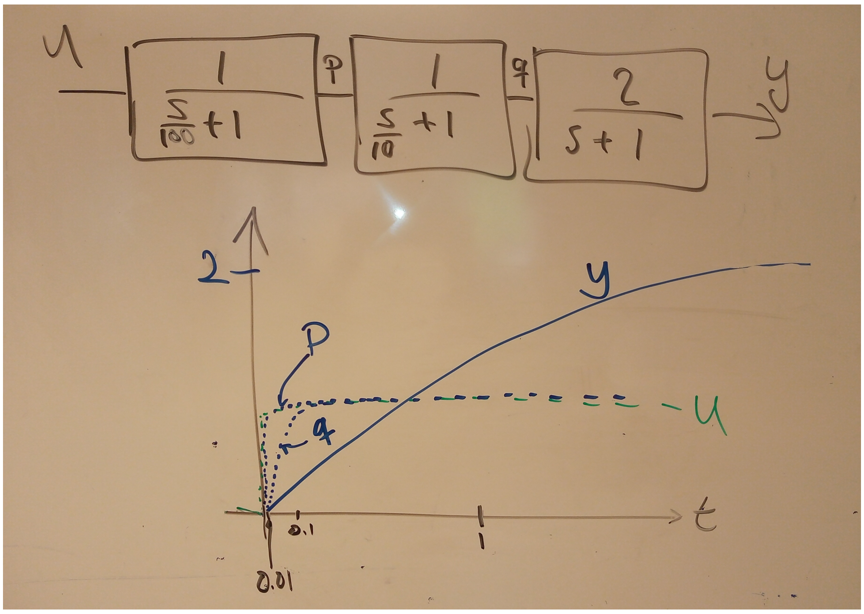
Tentamensdatum: 2022-06-03
Johan Löfberg

1. (a) När man har en god modell som beskriver sambandet mellan insignal och utsignal mycket väl. Detta betyder att man inte har störningar, eller att störningarna är kända och således kan ses som en del av modellen.

   (b) Framkoppla störningen, dvs istället för att vi väntar på att se effekten av störningen, så agerar vi proaktivt och agerar tidigt på informationen (om vi vet att vi kommer in i en uppförsbacke så börja vi gasa lite extra innan bilen börjar sakta ner)

   (c) Enligt slutväresteoremsanalys på slutna systemet så får man att statisk förstärkning från referens till utsignal är $G_C(0)$. Om vi vill kunna följa konstanta referenssignaler utan statiskt reglerfel är $G_C(0) = 1$ ett naturligt minimikrav.

   (d) Antaget att steget in har amplitud 1, så kommer kommer utsignalen gå mot statiska förstärkningen $2000/(10 \cdot 100)$. Vi kan se systemet som en seriekoppling av tre delsystem med tidskonstanter 1, 0.1 och 0.01. Den långsammaste komponenten kommer dominera dynamiken, och vi kommer alltså ha en respons som kommer se ut ungefär som ett första ordningens system med tidskonstant 1 och statiskt förstärkning 2. Det kommer dock vara lite långsammare, eftersom dynamiken trots allt dämpas lite av de två extra komponenterna som har tidskonstanter på 0.1 resp 0.01.



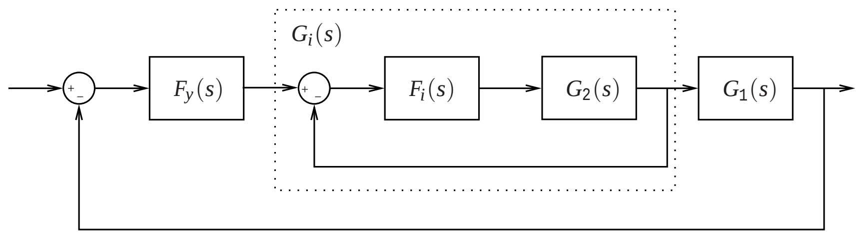
Figur 1

Som alltid, tänk fysikaliskt. Om du har ett system som t.ex beskriver överföringsfunktionen från pålagd effekt till uppmätt temperatur i termometer i ugnen, och det tar ca 1 sekund från att effekten läggs på tills att värmeelementen glöder och är varma, och termometern har en tröghet som gör att det tar 10 sekunder för en temperaturförändring att synas till fullo på termometern, men det tar 10 minuter att faktiskt värma ugnsluften från att värmeelementen glöder, så är det ganska ointressant att det tog 1 sekund för värmen att komma igång, och 10 sekunder för termometern att komma i jämvikt. Skillnaden kommer vara minimal jämfört med snabbare värmeelement och termometer.

   (e) Signalen kommer förstärkas med $|G(i1)|$. Vi ser att system 1 med enbart en reel pol kommer ha en förstärkningskurva som är avtagande (med start i $G_1(0) = 1$), system 2 är ett system med komplexkonjugerat polpar med dålig dämpning (och kan således ha frekvenser där förstärkningen är större än $G_2(0) = 1$) och system 3 har ett nollställe på imaginära axeln som kommer ge $G_3(1i) = 0$. Enda möjlighet är $G_1 - -A, G_2 - -C, G_3 - -B$. Man kan givitvis räkna fram explicita uttryck för förstärkning på alla i undersökt frekvens och jämföra med figur, men det behövs alltså inte.

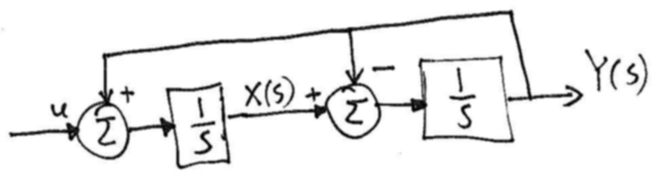
(f) På gemensamt bråk har vi $G(s) = \frac{s^2+3s+7}{s^2+2s+4}$ vilket betyder att vi har $(s^2+2s+4)Y(s) = (s^2+3s+7)U(s)$ dvs $\ddot{y} + 2\dot{y} + 4y = \ddot{u} + 3\dot{u} + 7u$

2. (a) Igenkänning att båda formlerna är slutna system $AB/(1+AB)$, dvs G_C är systemet G_iG_1 återkopplat med F_y, och G_i är i sin tur G_2 återkopplat med F_i.



Figur 2

(b) Laplace ger $Y(s) = \frac{1}{s}(X(s) - Y(s))$ och $X(s) = \frac{1}{s}(Y(s) + U(s))$ vilket kan ritas som



Figur 3

(c) För att undvika notationsförvirring, kalla tillstånden $z_1 = y$ och $z_2 = x$. Vi får

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} z \end{aligned}$$

(d) Överföringsfunktion från mätfel till reglerad signal ges av $T(s) = \frac{F(s)G(s)}{1+F(s)G(s)}$. Sålunda vill vi att $|T(i\omega)|$ ska vara liten i $\omega = 10$.

$$\begin{aligned} \frac{F_1(10i)G(10i)}{1+F_1(10i)G(10i)} &= 1.0225 \\ \frac{F_2(10i)G(10i)}{1+F_2(10i)G(10i)} &= 2 \end{aligned}$$

F_1 är att föredra

3. (a) Lår $x_1 = q$ and $x_2 = y(t)$. Vi får

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}$$

där

$$A = \begin{pmatrix} -0.05 & 0 \\ 0.05 & -0.02 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad D = 0\ .$$

Styrbarhetsmatris

$$S = [B\ AB] = \begin{pmatrix} 1 & -0.05 \\ 0 & 0.05 \end{pmatrix}.$$

Eftersom $\det(S) = 0.05 \neq 0$ så är systemet styrbart.

(b) Med $u = -Lx = -[l_1\ l_2]x + l_0 r$ ges slutna systemets poler av

$$\begin{aligned} \det(sI - (A - BL)) &= \det \begin{pmatrix} s + 0.05 + l_1 & l_2 \\ -0.05 & s + 0.02 \end{pmatrix} = \\ &= s^2 + (0.07 + l_1)s + 0.001 + 0.02 l_1 + 0.05 l_2\ . \end{aligned}$$

Önskade poler i -0.1 leder till önskat polpolynom

$$\det(sI - (A - BL)) = (s + 0.1)^2 = s^2 + 0.2s + 0.01$$

Således

$$L = [0.13 \quad 0.128].$$

Slutna systemet ges av $G_c(s) = C(sI - (A - BL))^{-1}Bl_0$. För att få statiskt förstärkning 1 måste vi ha $G_c(0) = 1$. Uträkning $G_c(0) = C(0I - (A - BL))^{-1}Bl_0 = 5l_0$ med slutsats att $l_0 = 0.2$.

(c) Vi behöver en observatör. För poäng räcker det med att förklara vad man måste göra och testa om systemet är observerbart. Vi kör dock hela maskineriet här och räknar ut en observatörsförstärkning.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$$

Poler ges av

$$\begin{aligned} \det(sI - (A - KC)) &= \det\begin{pmatrix} s + 0.05 & k_1 \\ -0.05 & s + 0.02 + k_2 \end{pmatrix} = \\ &= s^2 + (0.07 + k_2)s + 0.001 + 0.05k_1 + 0.05k_2 \ , \end{aligned}$$

Observatörens poler ska vara snabbare än dynamiken i slutna systemet, t.ex placering i -0.2.

$$\det(sI - (A - KC)) = (s + 0.2)^2 = s^2 + 0.4s + 0.04$$

Lösning

$$K = \begin{pmatrix} 0.45 \\ 0.33 \end{pmatrix}.$$

4. (a) Slutna systemet ges av

$$G_c(s) = \frac{2K}{s - 1 + 2K}$$

För stabilitet krävs $K > 1/2$.

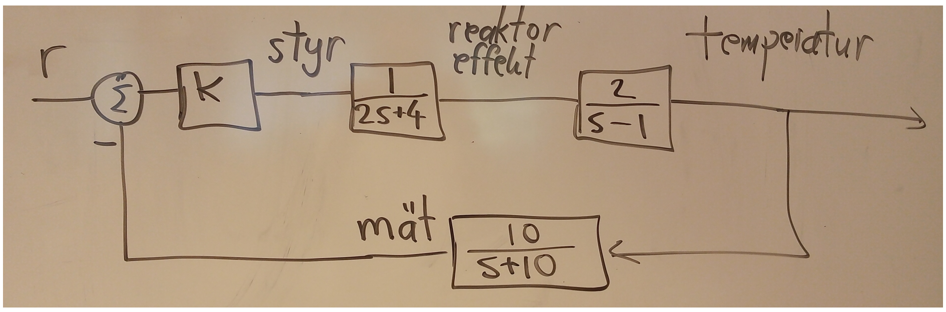
(b) Slutna systemet ges av

$$G_c(s) = \frac{K}{(s-1)(s+2) + K} = \frac{K}{s^2 + s + K - 2}$$

Vi ser direkt att $K > 2$ krävs för stabilitet. Statisk förstärkning kommer bli $\frac{K}{K-2}$, dvs vi kommer typiskt få kraftiga reglerfel om inte K är väldigt stort. Detaljerad analys visar att polerna ges av $-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 2 - K}$. Polerna kommer således bli komplexa då $K > 2.25$ och sedan allt mer komplexa för ökande K (med resulterande allt kraftigare oscillationer).

(c) Rotorten visar att vi för K nära noll har tre reella poler, varav en är instabil. För ökande K rör sig sedan den instabila polen i i vänstra halvplanet och det finns val av K som stabiliserar systemet. För ett visst val av K kommer dock polerna bli komplexa och sedan t.o.m instabila igen.

(d) t.ex



Figur 4

5. (a) Ja. Eftersom $G(0)$ är finit men Bodediagrammet visar en förstärkning som går mot oändligheten så betyder det att $F(0)$ måste vara oändlig, dvs att regulatorn innehåller (minst) en pol i origo (dvs integralverkan).

   (b) Ja. Vi ser en väldigt hög fasmarginal i skärfrkevensen 0.2 rad/s

   (c) Nej. Om vi ökar förstärkningen så stiger amplitudförstärkningskurvan vilket gör att skärfrekvensen ökar, och eftersom faskurvan är monotont fallande så betyder det att fasmarginal försämras

   (d) Nej. Förstärkning från utsignalsstörningar ges av känslighetsfunktionen som ges av $\frac{1}{1+G(s)F(s)}$. I frekvensen 10^{-3} är kretsförstärkningen väldigt stor (ungefär 40dB dvs 100), vilket gör att känslighetsfunktionen blir väldigt liten.

   (e) Går ej att avgöra. Huruvida den modell vi har utvecklat är god eller ej är helt omöjligt att säga.