Lösningar till tentamen i Reglerteknik (TSRT12)

Tentamensdatum: 9 juni 2023

1. (a)
   - Styrsignal: gaspådrag
   - Utsignal: avstånd till bilen framför
   - Exempel på störsignaler: framförvarande bils hastighet, backlutning, vind, mätfel från t.ex. radar,...

   (b) I - B (D-del dämpar oscillationer)), II - C (filtrering av referenssignal kan göra den mindre aggressiv), III - A (I-del tar bort statiskt fel).

   (c) Relativa dämpningen ζ påverkar systemets dämpning, där ett litet värde ger stor översläng hos stegsvaret. ω_0 påverkar systemets snabbhet så att en fördubbling av ω_0 ger en halvering av stigtiden (för fixt ζ). Se ev s. 35-36 i boken för ett exempel.

   Alternativ (iii) och (iv) har samma ζ men olika ω_0, vilket gör att motsvarande stegsvar ska ha lika stor översläng, men (iv) ska vara dubbelt så snabbt som (iii). Detta ger oss **A - iv** och **B - iii**.

   Alternativ (i) och (ii) skiljer sig åt både vad gäller ζ och ω_0, men eftersom vi bara har två figurer kvar räcker det att jämföra ζ. (i) har $\zeta = 0.7$ som ger ett bättre dämpat stegsvar med liten översläng. (ii) har $\zeta = 0.1$, dvs dåligt dämpat som därför ger stor översläng hos stegsvaret. Detta ger oss **C - ii** och **D - i**.

   Svar: A - iv, B - iii, C - ii, D - i.

2. (a) Tre exempel på egenskaper som gör ett system svårreglerat som har behandlats i kursen är:
   - Instabilitet
   - Icke-minfas
   - Tidsfördröjningar

   (b) (i) och (ii) har $K_I = 0$, d v s saknar I-del. Detta motsvarar stegsvaren B och C. (i) har D-del vilket ger ett bättre dämpat stegsvar, vilket motsvarar C. Detta ger alltså kombinationerna (i) - C och (ii) - B.

   (iii) och (iv) har I-del, med lika stora värden på K_P och K_I. Detta svara mot stegsvaren A och D. I (iv) finns en D-del, vilket ger ett bättre dämpat stegsvar. Detta ger alltså kombinationerna (iii) - D och (iv) - A.

   (c) $L_{ny} = S_{uu}^{-1} S_{ux} = 6^{-1} \cdot 1$. Det krävs två tillstånd för att representera $G(s)$ i 2b på tillståndsform, medan Q-funktionen i uppgiften tillhör ett system med bara ett tillstånd.

3. (a) Slutna systemets överföringsfunktion ges av $G_c = \frac{FG}{1+FG}$. Karakteristiska ekvationen ges av $1 + FG = 0 \iff 1 + \frac{1}{ms+1}(K_P + K_I \frac{1}{s}) = 0 \implies ms^2 + (1 + K_P)s + K_I = 0$.

(b) Polerna ger den karakteristiska ekvationen $(s+1+i)(s+1-i) = s^2+2s+2 = 0$. Jämförs koefficienter fås ekvationssystemet

$$\begin{cases} \frac{1+K_P}{m} & = 2 \\ \frac{K_I}{m} & = 2 \end{cases} \implies \begin{cases} K_P & = 2m-1 = 9 \\ K_I & = 2m = 10 \end{cases}$$

(c) Om vi approximerar systemet som ett andra ordningens system får vi följande: poler i $-1 \pm i$ motsvarar en dämpningskoefficient om $\zeta = \cos(\pi/4) \approx 0.7$. Det motsvarar dessutom $\omega_0 = \sqrt{2}$. Stigtiden $T_r \propto \frac{1}{\omega_0} \approx 0.7$. Slutligen är överslängen ungefär $M = \exp(-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}) \approx 5\%$.

(d) Utgående från den ursprungliga karakteristiska ekvationen så får vi, med $m = 10$ och K_P, K_I som innan, $s^2+s+1 = 0$. Rötterna ges av $s = -1/2 \pm \sqrt{3}/2i$, alltså har dämpningskonstanten minskat och således får vi en större översläng.

4. (a) Polerna ges av egenvärden till A, dvs rötter till $\det(sI-A) = 0$. Vi får $\det(sI - A) = (s+2)s+2 = 0$ som har lösningarna $s = -1 \pm i$. För att få dubbelt så snabbt slutet system så skall polernas avstånd till origo dubbleras, dvs vi skall placera polerna i $-2 \pm 2i$.

(b) Styrlag $u = -\begin{pmatrix} l_1 & l_2 \end{pmatrix} x + L_r r = -Lx + L_r$. Slutna systemet ges av $\dot{x} = (A-BL)x + BL_r r, y = Cx$. Slutna systemets poler ges av lösningar till $\det(sI-(A-BL)) = 0$. Önskat polpolynom $(s+2+2i)(s+2-2i)$, dvs s^2+4s+8. Identifiering av termer ger $l_1 = 1, l_2 = 3$. Slutna systemet blir $G_c(s) = C(sI-(A-BL))^{-1}BL_r = \frac{6L_r}{s^2+4s+8}$. För att få statisk förstärkning 1 krävs att $G_c(0) = 1$, dvs $L_r = 8/6 = 4/3$. Alternativt så kan vi titta på differentialekvationerna. Om vi stationäritet har $y = r$ så måste vi ha $3x_2 = r$ dvs $x_2 = r/3$. Då vi är i stationäritet så måste $\dot{x}_2 = 0$ vilket betyder $x_1 = 0$. Från $\dot{x}_1 = 0$ har vi, med insatt styrsignal och de stationära värdena på x att $0 = -2 \cdot 0 - 2 \cdot r/3 + 2(-1 \cdot 0 - 3 \cdot r/3 + L_r r)$, ur vilket vi får kravet $L_r = 4/3$.

(c) Vi har $\dot{y}_m(t) + y_m(t) = y(t)$, dvs $\dot{y}_m(t) + y_m(t) = 3x_2(t)$. Inför $x_3(t) = y_m(t)$ och vi har $\dot{x}_3(t) = -x_3(t) + 3x_2(t)$. Komplett modell blir

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) \\ y_m(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(t) \end{aligned}$$

5. (a) Från blockschemat följer att

$$U = FE + F(Ge^{-sT} - G)U \Leftrightarrow (1 + FG - FGe^{-sT})U = FE$$
$$U = \frac{F}{1 + FG(1 - e^{-sT})} E$$

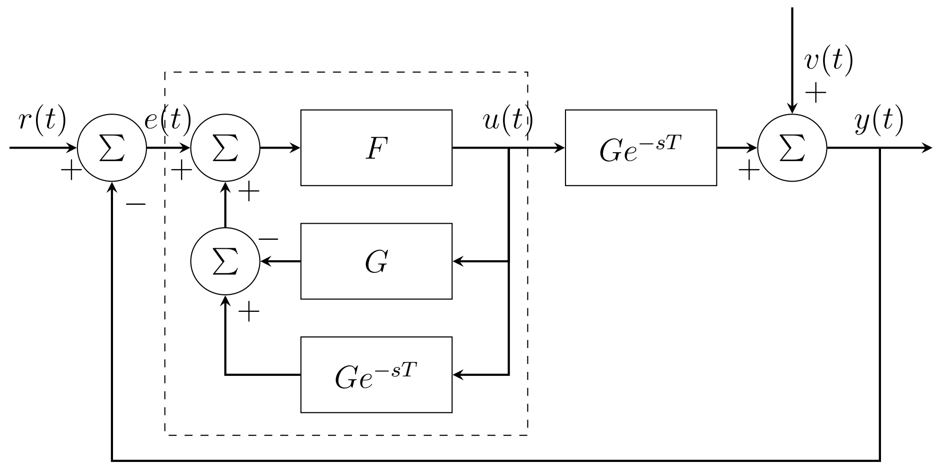
(b) Det kan nu vara förenklande att temporärt införa ett block F_s för det streckade blocket i blockschemat. Det slutna systemets överföringsfunktion härleds nu genom

$$Y = GF_s e^{-sT}(R - Y) \Leftrightarrow (1 + GF_s e^{-sT})Y = GF_s e^{-sT} R \Leftrightarrow Y = \frac{GF_s e^{-sT}}{1 + GF_s e^{-sT}} R$$

vilket med uttrycket för F_s insatt och förenklat (i en motiverad lösning ska denna förenkling kunna följas) blir

$$Y = \frac{FG}{1+FG}e^{-sT}R$$

(c) Se Figur 1.



Figur 1: Smith-prediktor med störning

(d) Om vi temporärt inför beteckningen F_s för Smith-regulatorn ger standardräkningar

$$Y = V + GF(R - Y) \Leftrightarrow (1+GF)Y = GFR + V$$
$$Y = \frac{GF}{1+GF}R + \frac{1}{1+GF}V$$

Sätter vi in uttrycket från a, får vi slutligen följande uttryck för känslighetsfunktionen

$$S(s) = \frac{1+FG(1-e^{-sT})}{1+FG}$$