

ÖVNINGSTENTAMEN I TSRT12 REGLERTEKNIK

SAL: Hemmet

TID: 2024-00-00 kl. 08:00-13:00

KURS: TSRT12 Reglerteknik

PROVKOD: TEN1-DUMMY

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Daniel Axehill, tel. 013-284042

BESÖKER SALEN: cirka kl. ca kl. 9:00 och 11:00

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, 013-284725,
ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Läroboken Glad-Ljung: "Reglerteknik, grundläggande teori" med normala inläsningsanteckningar, Kompletterande kompendium: Martin Enqvist: "En introduktion till lärande reglering - Förstärkningsinlärning eller hur man tar fram en optimal tillståndåterkoppling utan en modell av systemet", tabeller, formelsamling, räknedosa (ej dator, telefon, surfplatta, osv.) utan färdiga program.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Det mesta sammanfaller med tenta TSRT12 2023-08-18.

VISNING av tentan äger rum 2024-00-00, kl. 12.30–13.00 i Ljungeln, B-huset, mellan ingång 25 och 27, A-korridoren.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER: betyg 3 15 poäng och minst hälften
av poängen på varje uppgift i del 1.
betyg 4 33 poäng
betyg 5 43 poäng

Del 1 utgörs av uppgifterna 1,2 och 3. Del 2 av uppgifterna 4 och 5.

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motivering ger poängavdrag.

Lycka till!

Del 1

1. (a) En enkel modell av en robotarm ges av

$$J\ddot{y}(t) = u(t)$$

där $y(t)$ anger armens vinkel och $u(t)$ är applicerat moment. J är armens tröghetsmoment, och vi antar att $J = 1$. Robotarmen styrs med en PD-regulator på formen

$$u(t) = K_P e(t) + K_D \dot{e}(t)$$

där $e(t) = r(t) - y(t)$. Ange det återkopplade systemets poler. För vilka värden på K_P och K_D är det återkopplade systemets poler reella? (4p)

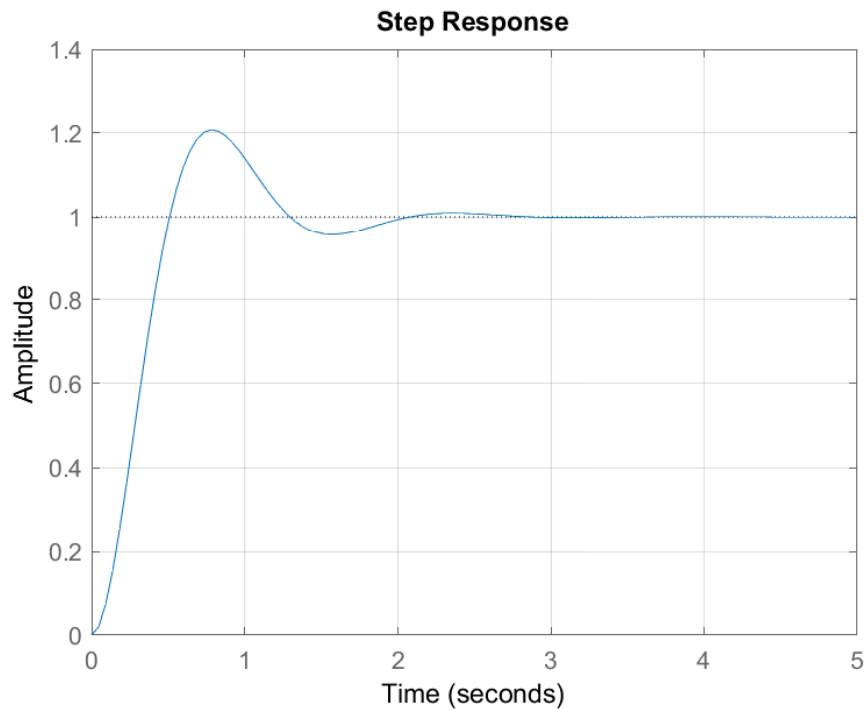
- (b) De före detta LiTH-studenterna Ivar och Elsa rotar i ett datorprogram där PD-regulatorn ovan implementerats. De har hittat ekvationen

$$u_k := 21e_k - 20e_{k-1}$$

där u_k och e_k betecknar styrsignalen respektive reglerfelet i samplingstidpunkt k . De vet också att programmet körs med samplingintervallet $T_s = 0.1$ sek. Vilka värden på K_P och K_D i ekvation (1) motsvarar detta? (4p)

(c) Figur 1 visar stegsvaret för ett system på formen

$$Y(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2}U(s)$$



Figur 1: Stggsvar till uppgift 1 c.

Vilket av följande alternativ för systemets poler är korrekt?

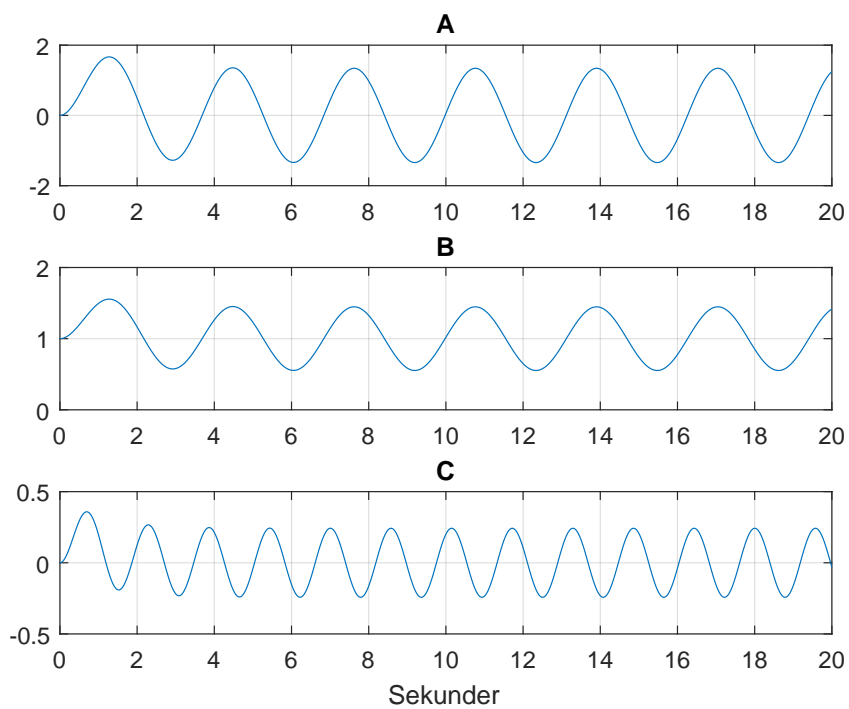
$$\begin{array}{ll} A : s = -2 \pm 2i & B : s = -1 \pm 2i \\ C : s = -4 \pm 4i & D : s = -2 \pm 4i \\ E : s = -4 \pm 2i & F : s = -2 \pm i \\ G : s = -4 \pm 8i & H : s = 4 \pm 4i \end{array}$$

(4p)

2. (a) Ivar och Elsa har gjort några experiment med ett system som beskrivs med modellen

$$Y(s) = \frac{a}{s+a}U(s)$$

På grund av datorproblem har det blivit lite rörigt bland filer och figurer, och de behöver hjälp med att reda ut detta. Antag att man låtit insignalen till systemet vara $u(t) = \sin 2t$. Ange för var och en av kurvorna i figur 2 varför de **inte** kan vara utsignal från systemet under denna förutsättning. (3p)

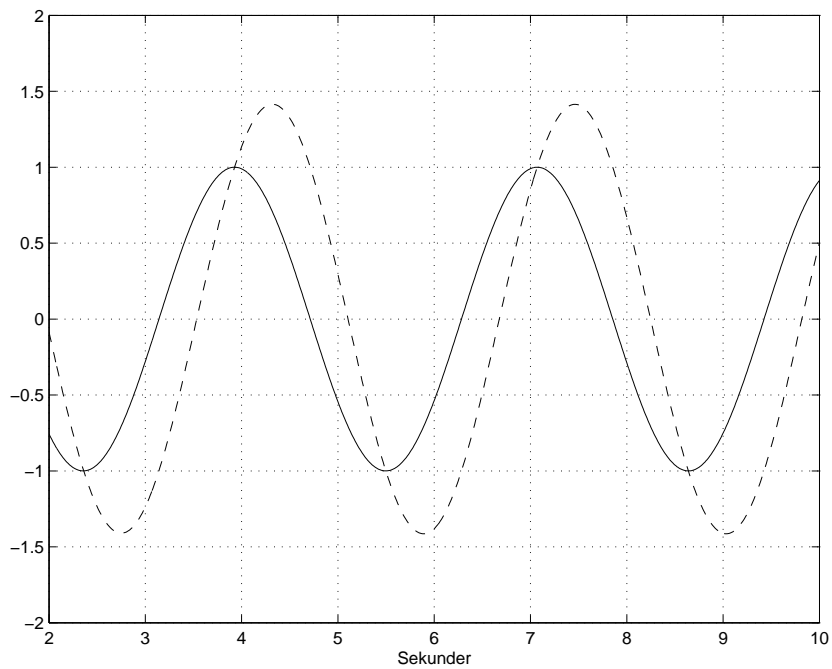


Figur 2: Utsignaler till uppgift 2 a.

(b) Ett system beskrivs av differentialekvationen

$$\tau \dot{y}(t) + y(t) = ku(t)$$

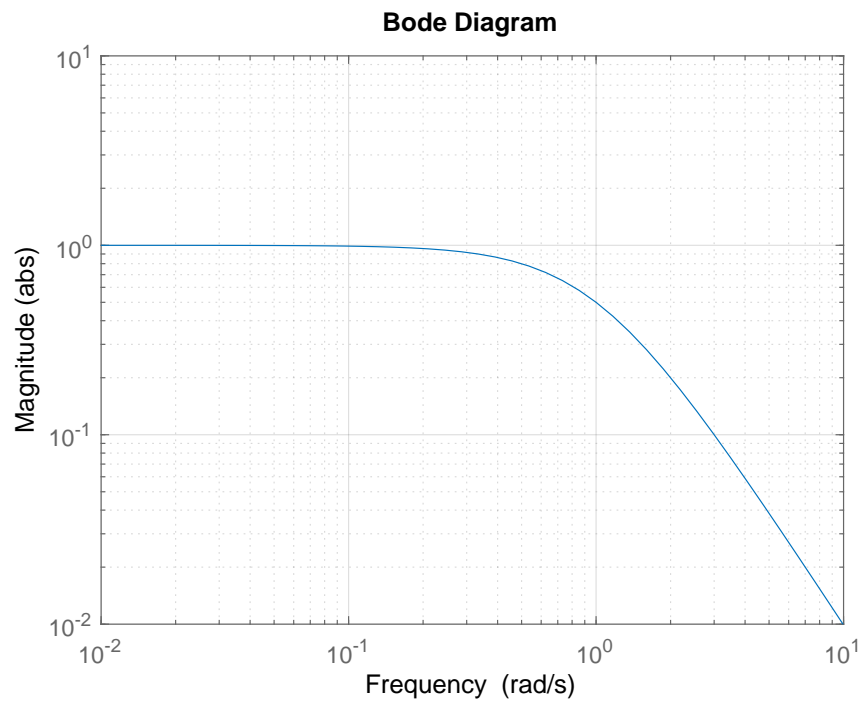
I figur 3 visas signalerna $u(t)$ och $y(t)$ då man låter insignalen vara en sinussignal. Bestäm koefficienterna k och τ . (3p)



Figur 3: Signaler till uppgift 2 b. Heldragen - insignal. Streckad - utsignal.

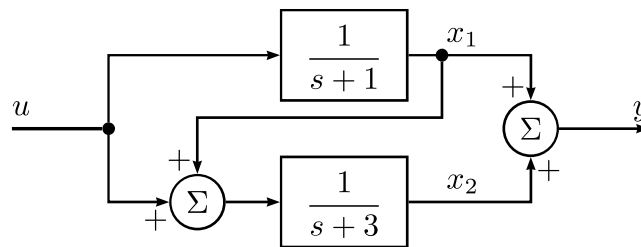
- (c) Figur 4 visar amplitudkurvan för ett system. Vilket av systemen nedan hör till kurvan? (2p)

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{4}{(s+2)^2} & G_2(s) &= \frac{4}{(s+1)^2} \\ G_3(s) &= \frac{2}{(s+2)^2} & G_4(s) &= \frac{1}{(s+1)^2} \end{aligned}$$



Figur 4: Amplitudkurva till uppgift 2 c.

3. (a) Ett system beskrivs på blockschemaform enligt figur 5. Ta fram tillståndsmodellen för systemet med de tillståndsvariabler som anges i figuren. (4p)



Figur 5: System i uppgift 3 a.

- (b) Ett föremåls position, $y(t)$, vid horisontell rörelse, kan beskrivas med modellen

$$m\ddot{y}(t) = u(t)$$

där m är föremålets massa och $u(t)$ är kraften som påverkar föremålet. Antag att vi inför tillståndsvariablerna $x_1(t) = y(t)$ och $x_2(t) = \dot{y}(t)$. Verifiera att modellen kan skrivas på tillståndsform enligt nedan. (1p)

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/m \end{pmatrix} u(t) \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

- (c) Antag att $m = 1$. Bestäm en tillståndsåterkoppling på formen

$$u(t) = -Lx(t) + l_0r(t)$$

sådan att det återkopplade systemets poler får absolutbelopp ω_0 och dämpning ζ samt att det återkopplade systemet får statisk förstärkning ett. (5p)

Del 2

4. (a) Ett system består av två seriekopplade tankar enligt figur 6, där u och y betecknar inflöde respektive nivå i den undre tanken. Systemet har överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

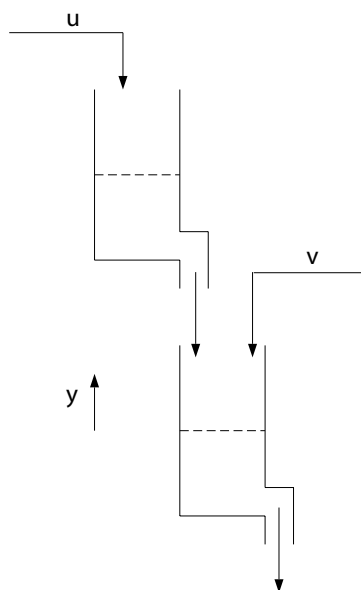
Nivån styrs med proportionell återkoppling

$$U(s) = K(R(s) - Y(s))$$

Målet med återkopplingen är att minimera inverkan av störningen v och kravet på reglersystemet formulerat som

$$|S(i\omega)| \leq 0.1$$

vid vinkelfrekvensen $\omega = 1$, där $S(s)$ betecknar känslighetsfunktionen. Hur skall K väljas för att kravet skall uppfyllas? (3p)



Figur 6: Tanksystem

- (b) Betrakta åter tanksystemet i uppgift 4 a och att det fortfarande styrs med proportionell återkoppling. Antag nu att $v(t) = 0$ men att $r(t)$ är ett enhetssteg. Vad blir det stationära reglerfelet? (3p)

(c) Tanksystemet i uppgift 4 a kan beskrivas med tillståndsmodellen

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u \quad y(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x(t)$$

där x_1 och x_2 betecknar nivån i den övre respektive undre tanken. Nivåerna i de båda tankarna kan mätas och systemet styrs med återkopplingen

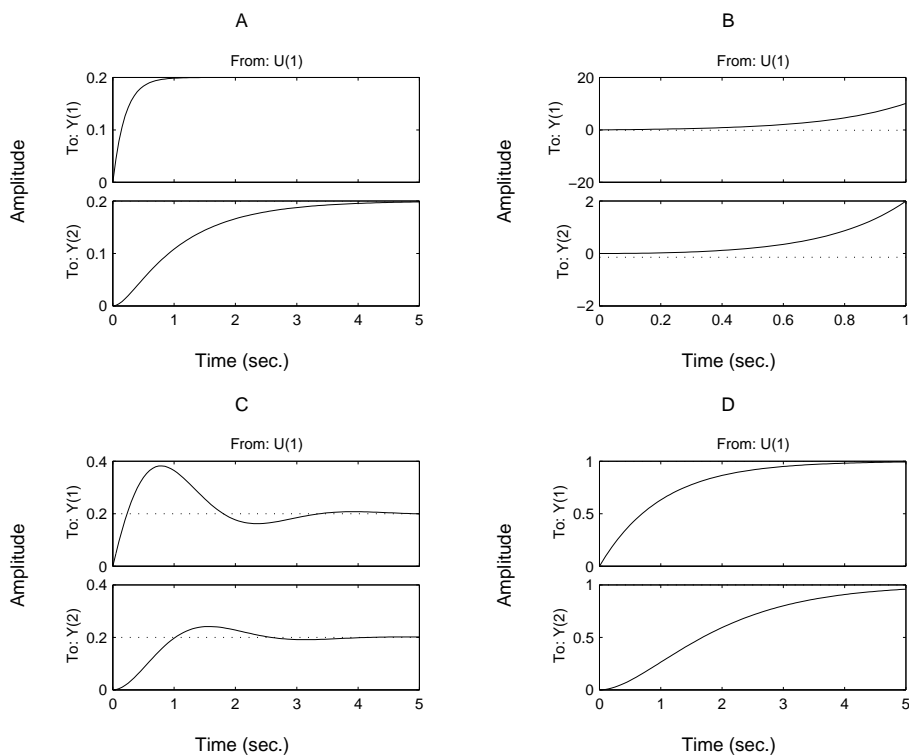
$$u = -Lx + r = -l_1x_1 - l_2x_2 + r$$

Reglersystemet testas genom att lägga på ett steg i referenssignalen r med följande fyra förstärkningar.

$$(i) \quad L = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (ii) \quad L = \begin{pmatrix} 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(iii) \quad L = \begin{pmatrix} -4 & -4 \end{pmatrix} \quad (iv) \quad L = \begin{pmatrix} 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Resultaten visas i figur 4. Kombinera rätt L -vektor med rätt figur. (4p)



Figur 7: Stegsvär för de fyra fallen. Övre kurva: x_1 . Undre kurva: x_2 .

5. En elektrisk motor antas kunna beskrivas av modellen

$$G(s) = \frac{k_0}{s(\tau s + 1)}$$

där man experimentellt bestämt koefficientvärdena till $k_0 = 50$ och $\tau = 0.25$.

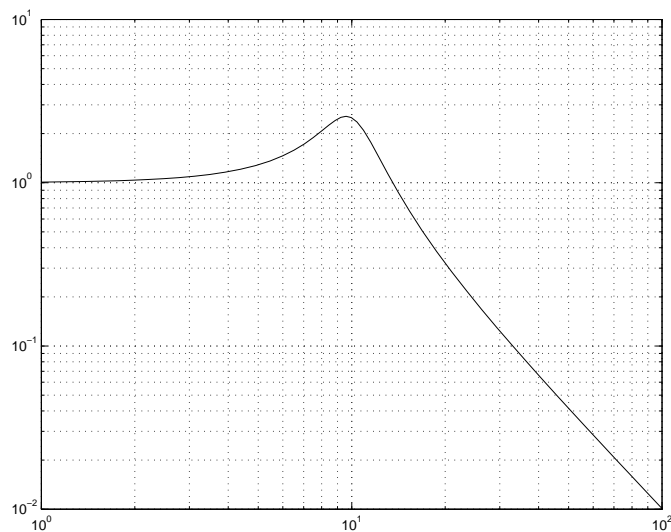
(a) Antag att motorn styrs med proportionell återkoppling

$$U(s) = K(R(s) - Y(s))$$

För vilket värde på K har det återkopplade systemets poler relativ dämpning $1/\sqrt{2}$? (3p)

(b) Antag att motorn styrs med proportionell återkoppling enligt uppgift a). Kan det återkopplade systemet bli instabilt för något $K > 0$? Ange i så fall för vilka värden. (3p)

(c) Antag att man väljer $K = 0.5$ i den proportionella återkopplingen ovan. Då ges det återkopplade systemets amplitudkurva av figur 5.



Figur 8: Amplitudkurva för det återkopplade systemet.

Det är viss osäkerhet i uppskattningen av koefficienten k_0 och systemet ges istället av

$$G^0(s) = \frac{50(1 + \alpha)}{s(0.25s + 1)}$$

där man dock med säkerhet vet att $|\alpha| \leq 0.5$. Ger den proportionella återkopplingen ett garanterat stabilt återkopplat system, enligt robusthetskriteriet, i detta fall? Om ej, för vilka värden på α kan stabilitet garanteras? (4p)