

# Industriell reglerteknik

## Övningskompendium

24 januari 2019



Reglerteknik, Institutionen för systemteknik,  
Linköpings universitet, 581 83 Linköping  
[www.control.isy.liu.se](http://www.control.isy.liu.se)

Detta kompendium har utvecklats under flera år av olika lärare i reglerteknik vid Linköpings universitet. Huvudförfattare är: Martin Enqvist

# Förord

Detta övningskompendium används i kursen *Industriell reglerteknik* vid Linköpings universitet. Uppgifterna i kompendiet är antingen tänkta att lösas på lektioner eller vid självstudier. Den aktuella uppdelningen finns angiven på kursens websida

<http://www.control.isy.liu.se/student/tsrt07/>

Eftersom modern tillämpad reglerteknik till stora delar är datorbaserad innehåller de flesta uppgifterna moment som enklast löses med hjälp av en dator och Matlab (version 7.4 eller senare) med Control System Toolbox, Optimization Toolbox och Simulink. Till vissa av övningarna behöver man även en eller flera filer som finns tillgängliga på datorsystemet vid Institutionen för systemteknik. Om man vill kopiera filerna finns de i katalogen `/courses/TSRT07` på linuxsystemet och i `K:\TSRT07` på windowssystemet. Filerna kan också laddas ner från kurswebsidan eller Lisam.



Del I

**Uppgifter**



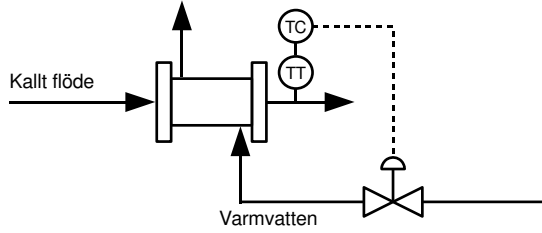
# Kapitel 1

## Introduktion till industriell reglerteknik

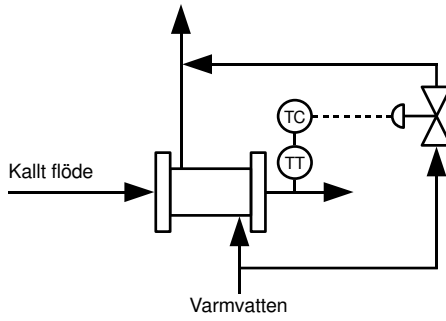
### 1.1

Design av ett industriellt regelsystem handlar inte bara om att ta fram lämpliga regleralgoritmer som ska exekveras i vissa regulatorer utan också om mer övergripande frågor som till exempel hur olika fysiska delsystem ska kopplas ihop, vilka regulatorer som ska kommunicera med varandra och på vilket sätt styrsignalen ska påverka den intressanta reglerstorheten. Om man fattar olämpliga beslut på denna övergripande nivå kan det leda till att det blir mycket svårare att ta fram en regleralgoritm som uppfyller de krav man har på systemet.

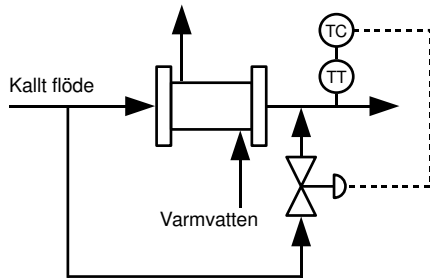
Betrakta reglering av temperaturen hos en vätska som flödar med konstant hastighet. Temperaturen hos vätskan kan påverkas genom att man låter den passera en värmeväxlare som det också strömmar varmvatten igenom. I figur 1.1 visas tre olika principer för reglering av vätskans temperatur som mäts av en temperaturgivare (TT). I alla tre fallen påverkar temperaturregulatorn (TC) vätsketemperaturen genom att justera ett flöde med en ventil. Vilken lösning verkar vara bäst om det är viktigt att man får en snabb reglering?



(a) Direkt styrning av varmvattenflödet.



(b) Förbikoppling av varmvattnet.



(c) Förbikoppling av det kalla flödet.

**Figur 1.1:** Tre lösningar på den temperaturreglering som studeras i uppgift 1.1.



## Kapitel 2

# Grundläggande reglerteori i diskret tid

### 2.1

Betrakta ett system som beskrivs av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{2s + 1}{s^3 + 3s^2 + 4s + 2}.$$

- (a) Antag att systemets insignal är styckvis konstant över samplingsintervall av längd 0.5 s och ta fram en tidsdiskret modell  $H(z)$  som ger exakt samma utsignal som  $G(s)$  i samplingsögonblicken.
- (b) Översätt  $G(s)$  och  $H(z)$  till tillståndsform.
- (c) Rita bodediagrammen för  $G(s)$  och  $H(z)$  i samma figur.
- (d) Beräkna och rita stegsvaren till  $G$  och  $H$  på två sätt, både med Control System Toolbox och Simulink.
- (e) Återkoppla systemet med en kontinuerlig och en samplande P-regulator med förstärkning 4 och simulera stegsvar för de slutna systemen. Ta fram lösningen till denna uppgift på två sätt, både med Control System Toolbox och genom att rita upp ett slutet system i Simulink.
- (f) Beräkna poler och nollställen för de båda slutna systemen.

**Tips:** Använd kommandona `tf`, `c2d`, `ss`, `step`, `bode`, `feedback`, `pole` och `zero` respektive simulinkblocken `Step`, `Scope`, `Transfer Fcn`, `Discrete Transfer Fcn`, `Sum` och `Gain`.

## 2.2

Man är intresserad av en tidsdiskret motsvarighet till det tidskontinuerliga systemet

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} u(t), \\ y(t) &= (1 \quad 1) x(t),\end{aligned}$$

där insignalen  $u(t)$  är styckvis konstant. Samplingsvinkelfrekvensen är i detta fall  $\omega_S = 2$  rad/s.

- Beräkna den tidsdiskreta tillståndsbeskrivningen.
- Är den tidskontinuerliga tillståndsbeskrivningen styr- och observerbar? Hur är det med den tidsdiskreta?
- Beräkna överföringsfunktioner för den tidsdiskreta och den tidskontinuerliga systembeskrivningen.

**Tips:** Använd kommandona `ss`, `c2d`, `ctrb`, `obsv`, `rank`, `tf` och `minreal`.

## 2.3

Den tidsdiskreta modellen

$$G(z) = \frac{2z + 1}{z - 0.6}$$

har beräknats utifrån en tidskontinuerlig modell under antagandet att insignalen är styckvis konstant och med ett samplingsintervall på  $T_S$  sekunder. Vilket värde har polen till det ursprungliga tidskontinuerliga systemet?

## 2.4

Man vill reglera varvtalet hos en DC-motor med en P-regulator. Motorns dynamik beskrivs av differentialekvationen

$$\dot{y}(t) + 2y(t) = u(t),$$

där  $u(t)$  är spänningen över motorlindningen (insignal) och  $y(t)$  är motorns varvtal (utsignal). P-regulatorn kan skrivas

$$u(t) = K(r(t) - y(t)).$$

För vilka positiva värden på  $K$  är det slutna systemet stabilt om man använder en tidskontinuerlig P-regulator? Antag att man istället använder en samplande P-regulator med en samplingsfrekvens på 10 Hz. Vilka positiva  $K$ -värden ger nu ett stabilt slutet system? Besvara dessa frågor genom att

- (a) beräkna de slutna systemens poler.
- (b) analysera rotorter.
- (c) användna nyquistkriteriet.

## 2.5

Systemet

$$G(s) = \frac{2s + 1}{s^3 + 3s^2 + 4s + 2}$$

från uppgift 2.1 ska regleras med en P-regulator. För vilka  $K > 0$  blir det slutna systemet stabilt om man använder

- (a) en tidskontinuerlig P-regulator?
- (b) en samplande P-regulator med samplingsfrekvens 2 Hz?

## 2.6

Ett delsystem i en pappersmaskin kan beskrivas av modellen

$$\dot{y}(t) = -y(t) + u(t - 2.5).$$

Här är insignalen  $u$  pådraget av massa in till inloppslådan och utsignalen  $y$  yt-vikten hos det tillverkade pappret. Tidsfördröjningen orsakas av den oundvikliga transportfördröjningen som finns i systemet. Ange en differensekvation som beskriver det tidsdiskreta system som man får med samplingsintervallet  $T_S = 1$  s och ett antagande om en styckvis konstant insignal.

**Tips:** Använd kommandot `tf` med extraargumentet `'InputDelay'`. Exempel:

```
G=tf([1 2],[3 4],'InputDelay',5)
```

## 2.7

Betrakta ett reglersystem där en process  $G(s)$  regleras med hjälp av en samplande regulator. Denna regulator består av en A/D-omvandlare, en dator och en D/A-omvandlare. Antag att A/D-omvandlaren läses av periodiskt med periodtiden  $T_S$  och att D/A-omvandlaren är sådan att processens styrsignal hålls konstant under samplingsintervallet. Det tal som datorn levererar till D/A-omvandlaren är

$$K(r(kT_S) - y(kT_S))$$

Processens överföringsfunktion är

$$G(s) = \frac{1}{1+s}$$

Undersök för hur stora värden på regulatorförstärkningen  $K$  som systemet är stabilt om

- (a) beräknings- och omvandlingstiden är försumbar.
- (b) beräknings- och omvandlingstiden är ett samplingsintervall.

## 2.8

Antag att vårt system är en dubbelintegrator:

$$y(t) = \frac{1}{p^2}u(t)$$

Systemet samplas med samplingsintervallet  $T_S$ . Av praktiska skäl är den enda reglering som finns att tillgå P-reglering med förstärkningen  $K = K_0 > 0$ , det vill säga

$$u(kT_S) = -K_0y(kT_S).$$

- (a) Rita hur det slutna systemets poler beror på  $T_S$ .
- (b) Kan det återkopplade systemet göras stabilt om man samplar tillräckligt snabbt? Bestäm i så fall hur fort man måste sampla.

## 2.9

Under en laboration experimenterar man med datorstyrning av systemet

$$y(t) = \frac{1}{p+1}u(t).$$

Man provar därvid samplad P-reglering

$$u(t) = -Ky(kT_S), \quad kT_S < t \leq (k+1)T_S,$$

där  $T_S$  är samplingsintervallet.

För fallet att  $T_S = 0.1$  s räknar man lätt ut att det slutna systemet bör vara stabilt för  $K < 20$ . Emellertid visar det sig i praktiken att systemet är stabilt för  $K < 24.4$ . Man inser så småningom att orsaken är att det går en viss tid mellan det att utsignalen avläses tills den nya insignalen ställs ut på grund av beräkningstiden i datorn. Det betyder att insignalen egentligen är

$$u(t) = -Ky(kT_S), \quad kT_S + d < t \leq (k+1)T_S + d.$$

där  $d$  är tidsfördröjningen i datorn. Beräkna, med ledning av de givna uppgifterna, denna tid  $d$ . Man kan förutsätta att den är mindre än 30 ms.

## Kapitel 3

# Modellering av industriella system

### 3.1

Betrakta systemet

$$G(s) = \frac{2}{s^3 + 7s^2 + 16s + 10}.$$

- (a) Simulera stegsvaret för systemet och anpassa en treparametermodell och en Ziegler-Nichols-modell till detta. Rita stegsvaren för modellerna i samma figur som stegsvaret för systemet.
- (b) Simulera ett självsvängningsexperiment med systemet och beräkna den kritiska förstärkningen och periodtiden.
- (c) Simulera ett självsvängningsexperiment med relä med systemet och beräkna den kritiska förstärkningen och periodtiden.
- (d) Bestäm den kritiska förstärkningen och den kritiska periodtiden utifrån nyquistkurvan för  $G(s)$ .

**Tips:** Använd simulinkblocken `Sign` eller `Relay` samt `Transfer Fcn (with initial outputs)`.

### 3.2

I en viss kemisk tillverkningsprocess använder man utspädd salpetersyra men eftersom man föredrar att köpa in koncentrerad syra måste man späda den före användning. Den koncentrerade salpetersyran flödar därför kontinuerligt in i en tank där den blandas med vatten så att den önskade koncentrationen erhålles i

den syra som pumpas ut från tanken. Innehållet i tanken rörs hela tiden om så att koncentrationen alltid är lika hög i hela tanken. Volymen vätska i tanken är konstant tack vare ett vältrimmat regelsystem som styr inflödet av vatten i tanken. Flödet  $u(t)$  av syra in i tanken kan påverkas med en ventil. Koncentrationen  $y(t)$  av salpetersyra i utflödet från tanken mäts av en sensor som av någon anledning sitter 1 m från tankens utlopp. Ställ upp en modell av systemet från  $u$  till  $y$  utifrån nedanstående data. Vad blir den stationära utsignalen om  $u(t) = 0.2$ ?

**Tankens volym:** 100 l

**Utflödet från tanken:** 3 l/s

**Inkoncentrationen av salpetersyra:** 15 mol/l

**Utloppsrörets tvärsnittsarea:** 5 cm<sup>2</sup>

### 3.3

Ett linjärt dynamiskt system har följande överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{10}{s} e^{-2s}.$$

- Antag att systemet regleras med en P-regulator, det vill säga  $u = -Ky$ . Vid vilken förstärkning  $K_u$  kommer systemet att börja självsvänga och vilken periodtid får svängningarna?
- Antag att man byter ut P-regulatorn mot ett relä med utsignalamplituden  $a = 2$ . Förutsäg självsvängningens amplitud med hjälp av uttrycket

$$K_u = \frac{4a}{\pi C}.$$

- Bestäm självsvängningens amplitud genom att simulera systemet med reläåterkoppling. Stämmer förutsägelsen från föregående uppgift? Om inte, beräkna en bättre förutsägelse med exakta räkningar, det vill säga utan att anta att övertonerna i reläets utsignal dämpas ut av systemet.

**Tips:** Använd simulinkblocket `Transport Delay`.

# Kapitel 4

## Design av regulatorer

### 4.1

Reglera det linjära systemet

$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 2s + 1} e^{-0.2s}$$

med en proportionell regulator, dels med och dels utan dödtidskompensering. Undersök i båda fallen hur stor regulatorförstärkningen kan vara innan överslängen överskrider 20%. Undersök hur regulatorns egenskaper påverkas om regulatorn designas med ett antagande om felaktig dödtid.

### 4.2

Ta fram en IMC-regulator till systemet

$$G(s) = \frac{20}{s^2 + 4s + 40}$$

och simulera stegsvaret för det slutna systemet. Tag under regulatordesignen hänsyn till att man vill ha ett väl dämpat slutet system (mellan referens- och utsignal). Sikta till exempel på ett slutet system som liknar

$$G_m(s) = \frac{25}{s^2 + 10s + 25}.$$

### 4.3

Vid reglering av ett vätskeflöde har man en ventil som i ett visst begränsat arbetsområde beskrivs av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{20s + 1}.$$

Insignalen till ventilen är det kommenderade vätskeflödet och utsignalen är det faktiska uppmätta flödet. Man vill använda en regulator för att snabba upp den nu ganska långsamma ventilen.

- (a) Designa en IMC-regulator så att tidskonstanten för det slutna systemet blir 1. Simulera stegsvaret för detta system och rita det i samma figur som stegsvaret för det öppna systemet. Rita även upp styrsignalen som funktion av tiden.
- (b) Simulera det slutna systemets beteende när det finns systemstörningar på ingången eller utgången av systemet. Anta att störningarna är stegformade. Vilken typ av systemstörningar kompenserar IMC-regulatorn snabbast för?

## 4.4

Bestäm en IMC-regulator till systemet

$$G(s) = \frac{s + 3}{s^2 + 2s + 5}$$

så att överföringsfunktionen från referens- till utsignal i det slutna systemet blir

$$G_{ry}(s) = \frac{1}{s + 1}.$$

Vilken typ av regulator resulterar detta i?

## 4.5

Betrakta systemet

$$G(s) = \frac{2s + 1}{s(3s + 1)}.$$

Försök att på tio minuter ställa in parametrarna  $K$ ,  $T_i$  och  $T_d$  i en PID-regulator

$$F(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\mu T_d s + 1} \right)$$

så att det slutna systemet

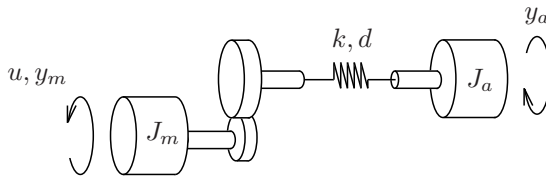
$$G_c(s) = \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)}$$

får ett stegsvar som helt saknar översläng och som får en dominerande tidskonstant på ungefär 0.5 s. Dessutom ska det stationära reglerfelet vara noll. Parametern  $\mu$  kan här väljas till 0.1. Försök, om du inte lyckas med PID-designen, att komplettera din bästa PID-regulator med en framkopplingslänk så att kraven på referensföljningen uppnås. (Om du inte har fått fram några bra PID-parametrar kan du välja  $K = 0.5$ ,  $T_i = 10$  och  $T_d = 5$ .)



## 4.6

Vid reglering av industrirobotar stöter man ofta på problem där man vill styra system som består av två eller flera sammankopplade massor. En vanlig typ av industrirobotar har sex rörliga axlar eller leder med varsin motor som gör att man kan ge ett verktyg en godtycklig position och orientering inom robotens arbetsområde. Om man för enkelhetens skull bara betraktar en rörlig axel i en industrirobot får man ett tvåmassesystem där den ena massan svarar mot motorns rörliga delar och den andra mot själva robotarmen. De båda massorna är sammankopplade med en växel som ofta måste betraktas som vek. Ett tvåmassesystem som kan illustrera en sådan flexibel led i en industrirobot visas i följande figur:



Insignalen  $u$  svarar här mot momentet från motorn,  $J_m$  och  $J_a$  är tröghetsmomentet för motorn respektive armen,  $y_m$  och  $y_a$  är positionen (vinkeln) för motorn respektive armen och  $k$  och  $d$  är fjäder- respektive dämpningskonstanten för den flexibla leden. I figuren illustreras även utväxlingen mellan motorn och armen men vi antar här för enkelhetens skull att den är 1. I en verklig industrirobot har man en utväxling på cirka 200 och de interna signalerna i vår modell, till exempel motormomentet  $u$  och motorvinkeln  $y_m$ , kommer därför att vara 200 gånger mindre än i verkligheten. Detta påverkar dock inte modellens förmåga att beskriva armvinkeln  $y_a$  korrekt.

Det är enkelt att med hjälp av Newtons andra lag ställa upp två differentialekvationer som beskriver tvåmassesystemets dynamik. Differentialekvationerna blir

$$\begin{aligned} 0 &= J_a \ddot{y}_a + k(y_a - y_m) + d(\dot{y}_a - \dot{y}_m), \\ u &= J_m \ddot{y}_m - k(y_a - y_m) - d(\dot{y}_a - \dot{y}_m), \end{aligned}$$

vilket svarar mot överföringsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{J_a s^2 + ds + k}{J_m J_a s^4 + (J_m + J_a) ds^3 + (J_m + J_a) k s^2}$$

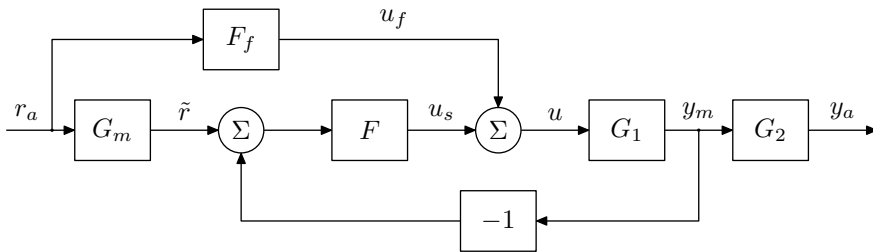
mellan  $u$  och  $y_m$  och

$$G_2(s) = \frac{ds + k}{J_a s^2 + ds + k}$$

mellan  $y_m$  och  $y_a$ .

Reglermålet för en industrirobot är att det verktyg som sitter på robotarmen ska följa en referenssignal så väl som möjligt. Referenssignalen svarar mot en referensbana som har beräknats utifrån de koordinater och instruktioner som lagts in i robotens styrprogram. Eftersom en industrirobot vanligen används i serieproduktion är prestandakraven höga vad det gäller referensföljningens snabbhet och noggrannhet samt förmågan att undertrycka systemstörningar. Dessutom har man krav på systemets robusthet så att de små skillnader som finns mellan olika robotindivider inte ska leda till instabilitet eller för dålig prestanda. Eftersom kraven på robusthet och snabb referensföljning är motstridiga är det nödvändigt att använda både framkoppling från referenssignalen för att kunna uppfylla referensföljningskravet i avsaknad av modellfel och återkoppling, med goda robusthetsmarginaler, för att hantera systemstörningar och modellfel.

Ett speciellt problem vid reglering av industrirobotar är att man inte kan mäta den variabel som man vill reglera, vinkeln  $y_a$  på armsidan, utan man får klara sig med mätningar av motorvinkeln  $y_m$ . Ett förenklat blockschema som visar ett regelsystem för en axel i en industrirobot (dvs. ett tvåmassesystem) visas i följande figur:



Här är  $r_a$  referenssignalen som man vill att robotarmen ska följa, det vill säga man strävar efter att få  $y_a(t) \equiv r_a(t)$ . Det aktuella systemet karakteriseras av överföringsfunktionerna  $G_1$  och  $G_2$  ovan med parametervärdena

$$J_m = 0.008,$$

$$J_a = 0.02,$$

$$k = 20,$$

$$d = 0.05.$$

Man strävar efter att få ett slutet system där överföringsfunktionen mellan  $r_a$  och  $y_a$  har en bandbredd på ungefär 1000 rad/s. Det höga värdet på denna bandbredd innebär att framkopplingslänken kommer att innehålla nästan exakta deriveringar av referenssignalen. Detta är dock inte något problem i denna tillämpning eftersom referenssignalen har valts så att den är tre gånger deriverbar.

Antag att kravet på referensföljningen är att robotarmen så snabbt som möjligt ska nå den önskade punkten och att  $r_a - y_a$  så snabbt som möjligt ska bli mindre än  $10^{-4}$  rad. Om man antar att verktyget sitter på en meters vinkelrätt avstånd

från den rörliga axeln svarar detta mot en noggrannhet på 0.1 mm, vilket är en vanlig specifikation för en industrirobot.

- (a) Vad ska man välja  $G_m$  och  $F_f$  till för att framkopplingen ska fungera som man har tänkt?
- (b) I filen `uppgift4_6.mdl` finns det ett block som genererar en typisk referenssignal för en punkt-till-punkt-rörelse hos en industrirobot. Denna typ av rörelse är bland annat vanlig vid punktsvetsning eller materialhantering och referenssignalen är beräknad för att minimera tiden för rörelsen med bivillkor på maximal hastighet, acceleration och accelerationsderivata. Komplettera simulinkschemat enligt blockschemat ovan och simulera hela det slutna systemet. Regulatorblocket  $F$  kan väljas som en PID-regulator

$$F(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\mu T_d s + 1} \right)$$

med  $K = 35$ ,  $T_i = 0.7$ ,  $T_d = 0.1$  och  $\mu = 0.1$ . Hur lång tid tar det innan verktyget (på armen) kommer till det önskade läget?

- (c) Simulera systemets beteende om man bara använder återkoppling, det vill säga om man sätter  $F_f(s) = 0$ . Hur stor blir insvängningstiden för  $y_a$  nu?
- (d) Simulera systemets beteende när faktorn  $1/G_2(s)$  inte ingår i  $G_m(s)$  och  $F_f(s)$ . Hur stor blir insvängningstiden för  $y_a$  nu?
- (e) Undersök med hjälp av simuleringar hur känsligt systemet är för variationer i robotens last (ändrat  $J_a$ ) och i ledens styvhet (ändrat  $k$ ). Testa till exempel att ändra  $J_a$  till 0.03 och  $k$  till 17 i systemet men inte i regulatorn. Hur påverkas referensföljningen av detta?

**Tips:** Gör en skriptfil där alla konstanter och överföringsfunktioner definieras. Använd simulinkblocken `LTI System`, `Mux` och eventuellt `To Workspace`.

## 4.7

Designa en regulator med framkoppling från referenssignalen till systemet

$$G(s) = \frac{-s + 2}{s^2 + 2s + 4}$$

så att referensföljningen blir ungefär samma som för

$$G_m(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

och så att känslighetsfunktionen för det slutna systemet blir

$$S(s) = \frac{1}{1 + F(s)G(s)} = \frac{s^3 + 2s^2 + 4s}{s^3 + s^2 + 5s + 2}.$$

Det får inte finnas några överslängar i stegsvaret för det slutna systemet.

## 4.8

Betrakta systemet  $G$  från uppgift 3.1 och den approximativa treparametermodellen som togs fram där. Återkoppla systemet med en PI-regulator där man har gjort ett mindre lyckat val av regulatorparametrar, nämligen  $K = 0.1T/(K_pL)$  och  $T_i = 0.3T$ , där  $K_p$ ,  $T$  och  $L$  är parametrarna i modellen. Rita upp stegsvaret för det slutna systemet. Komplettera PI-regulatorn med en neutral framkoppling baserad på treparametermodellen. Hur ser stegsvaret ut nu?

# Kapitel 5

## PID-regulatorn

### 5.1

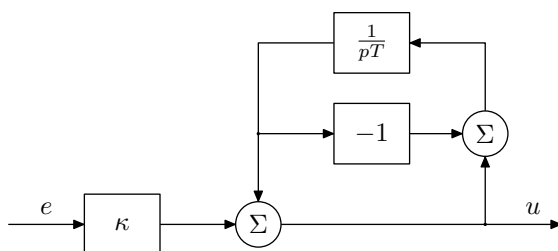
Systemet

$$G(s) = \frac{1}{10s + 1}$$

ska regleras med en PI-regulator där referenssignalen i P-delen viktas med en faktor  $\alpha$ . Man vill att det slutna systemets poler ska ligga i  $s = -1$ . Bestäm regulatorparametrarna  $K$  och  $T_i$ . Avgör genom att simulera det slutna systemets stegsvar vilket värde parametern  $\alpha$  ska ha för att man ska få ett så snabbt stegsvar som möjligt utan någon översläng.

### 5.2

I figuren nedan visas en P-regulator med så kallad automatisk nolllägesjustering.



Visa att denna regulator egentligen är en PI-regulator, det vill säga bestäm vad  $K$  och  $T_i$  är uttryckta i  $\kappa$  och  $T$  så att det gäller att

$$u(t) = K \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right)$$

för blockschemat i figuren.

### 5.3

Betrakta ett system som beskrivs av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{4}{0.4s + 1}.$$

Antag att överföringsfunktionen är okänd men att man har möjlighet att göra experiment med systemet. Skulle det vara möjligt att ställa in en PID-regulator genom att genomföra ett stegsvarsexperiment och sedan använda lambdatrimning? Skulle man kunna genomföra ett självsvängningsexperiment med en P-regulator och använda metoden med specificering av punkt på nyquistkurvan?

### 5.4

Betrakta återigen systemet

$$G(s) = \frac{2}{s^3 + 7s^2 + 16s + 10}.$$

som studerades i uppgift 3.1 (och 4.8) samt de modeller som togs fram där. Antag att man vill reglera detta system med en PID-regulator

$$F(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\mu T_d s + 1} \right),$$

där  $\mu = 0.1$ . Bestäm regulatorns parametrar med hjälp av var och en av följande inställningsmetoder.

1. IMC-trimning baserad på en treparametermodell och  $T_c = 0.14$ .
2. Lambdatrimning baserad på en treparametermodell och  $\lambda = 0.1$ .
3. Ziegler-Nichols regler för modellen  $G(s) = \frac{b}{s} e^{-sL}$ .
4. Ziegler-Nichols regler för modellen  $G(i\omega_u) = -1/K_u$ .
5. Specificering av punkt på nyquistkurvan.
6. Åström-Hägglunds regler för en treparametermodell.
7. Åström-Hägglunds regler för modellen  $G(i\omega_u) = -1/K_u$ . (Öka eventuellt  $T_i$  och  $T_d$  lite eftersom den relativa förstärkningen är lite låg.)

Simulera stegsvaren för de slutna systemen som man får med dessa PID-inställningar samt dessa systems responser på en stegstörning på ingången till  $G$ . Vilken regulatorinställning fungerar bäst?

## 5.5

En kemisk reaktor kan lite förenklat beskrivas som en tank som innehåller en vätskeblandning i vilken en kemisk reaktion äger rum. Ofta har man ett kontinuerligt in- och utflöde från reaktorn som man kan variera för att påverka koncentrationen av en reaktionsprodukt i utflödet och man ser till att hålla vätskeblandningen i reaktorn homogen genom att hela tiden röra om den. En hundraliters *Van de Vusse*-reaktor kan i en viss arbetspunkt beskrivas av modellen

$$G(s) = \frac{-1.1170s + 3.1472}{s^2 + 4.6429s + 5.3821}.$$

Insignalen till reaktorsystemet är flödet (i l/min) in i reaktorn och utsignalen är koncentrationen (i mol/l) av den intressanta produkten i utflödet. Man vill reglera systemet med en PID-regulator där  $\mu = 0.1$ . Bestäm regulatorns parametrar med hjälp av följande inställningsmetoder.

1. IMC-trimning baserad på en treparametermodell och  $T_c = 0.2T$ .
2. Lambdatrimning baserad på en treparametermodell och  $\lambda = 0.2$ .
3. Ziegler-Nichols regler för modellen  $G(i\omega_u) = -1/K_u$ .
4. Åström-Hägglunds regler för en treparametermodell.

Simulera stegsvaren för de slutna systemen som man får med dessa PID-inställningar. Vilken regulatorinställning fungerar bäst?

## 5.6

Använd IMC-metoden för att ta fram en PI-inställningsregel för system som beskrivs av modellen

$$G(s) = K_p \frac{-sT_z + 1}{sT + 1}.$$

Sikta på att det slutna systemet ska bli ett allpassfilter. Vad blir uttrycken för  $K$  och  $T_i$ ?





# Kapitel 6

## Implementering av regulatorer

### 6.1

I filen `uppgift6_1.mdl` finns det ett block som kan användas för att implementera en tidsdiskret PID-regulator i Simulink. Blockets grundläggande funktioner (vilka parametrar som ingår i det, hur det initieras, etc.) definieras i `mypidcontroller.m`, men i den filen behöver inga modifieringar göras utan det räcker att den finns tillgänglig när simulinkmodellen ska simuleras. PID-regulatorns parametrar  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  och  $\mu$  kan ställas in genom att dubbelklicka på blocket `Discrete-Time PID Controller`. I den dialogruta som då kommer upp kan man också ange en extra parameter  $\theta$  (som kan vara en vektor med flera parametrar), gränser för styrsignalen, antalet tillstånd i regulatorn, samplingstiden samt namnet på en funktion som beskriver hur styrsignalen beräknas och hur regulatorns tillstånd uppdateras. Denna funktion ska vara definierad på följande sätt.

```
[un, xn]=computeux(umann, amn, rn, yn, xn_1, ctrlparam, ubounds, Ts)
```

Inargumentet `umann` är det senaste värdet på en manuell öka/minska-signal som man kan koppla till regulatorn och `amn` är en flagga som anger om regulatorn ska vara i automatisk eller manuell mod. Vidare är inargumentet `rn` det senaste mätvärdet på referenssignalen, `yn` det senaste mätvärdet på systemets utsignal och `xn_1` regulatorns tillstånd från föregående samplingsintervall. Regulatorparametrarna  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ ,  $\mu$ , och  $\theta$  finns i vektorn `ctrlparam`, gränserna för styrsignalen finns i vektorn `ubounds` och `Ts` är samplingstiden. Utargumentet `un` är det aktuella värdet på styrsignalen och `xn` är det aktuella värdet på regulatorns tillstånd.

- (a) Implementera en enkel tidsdiskret PI-regulator (utan hantering av integratoruppvridning) genom att skapa en funktion för styrsignalberäkning och

tillståndsuppdatering enligt ovan. Testa din regulator på systemet

$$G(s) = \frac{2}{s^3 + 7s^2 + 16s + 10}.$$

från uppgift 3.1, 4.8 och 5.4. Insignalen till detta system är nu begränsad till intervallet  $[-6, 6]$  och regulatorns samplingstid är  $T_S = 0.03$  s. Använd IMC-trimning (med  $T_d = 0$ ) baserad på en treparametermodell och  $T_c = 0.6T$  för att ställa in regulatorparametrarna. Simulera stegsvaret för det slutna systemet och jämför med det stegsvar som man får med en tidskontinuerlig regulator utan styrsignalbegränsning. Finns det några tecken på integratordrivning?

- (b) Undersök vad som händer om man ökar eller minskar samplingstiden i regulatorn.
- (c) Försök att bli av med integratordrivningen med hjälp av villkorlig integration respektive justering av I-delen.
- (d) Implementera en lågpasfilterad D-del i regulatorn och undersök effekten av att ha  $T_d > 0$ . Förbättras regleringen?

**Tips:** Koden blir mera lättläst om man först inför mer begripliga variabel- och parameteramn. Inled funktionerna med några rader som liknar dessa:

```
K=ctrlparam(1);
en_1=xn_1(2);
umin=ubounds(1);
```

## 6.2

Reglera systemet

$$G(s) = \frac{10}{10s + 1}$$

med en tidsdiskret PI-regulator där  $K = 1$ ,  $T_i = 10$  och  $T_S = 0.1$ . Undersök hur stor skillnaden är om man använder Eulers metod eller Tustins formel vid framtagningen av uttrycken för den tidsdiskreta PI-regulatorn. Gör även denna jämförelse när  $T_S = 1$ .

# Kapitel 7

## Regulatorer i drift

### 7.1

Man vill reglera systemet

$$G(s) = \frac{1.5}{5s + 1} e^{-2s}$$

med en samplande PID-regulator där samplings tiden är 0.5 s och  $\mu = 0.1$ . Med hjälp av några olika inställningsregler och lite egna korrigeringar har man kommit fram till följande fyra inställningar.

1.  $K = 0.6, T_i = 2, T_d = 0.2$
2.  $K = 0.5, T_i = 5, T_d = 0.1$
3.  $K = 1.1, T_i = 5, T_d = 0.1$
4.  $K = 0.3, T_i = 10, T_d = 0.1$

Eftersom man använder en samplande regulator vill man undersöka reglerprestandan för det tidsdiskreta systemet som man får när man återkopplar  $G_d(z)$  med regulatorn  $F_d(z)$ . Överföringsfunktionen  $G_d(z)$  är den tidsdiskreta motsvarigheten till  $G(s)$  under antagandet att insignalen är styckvis konstant och  $F_d(z)$  är den tidsdiskreta versionen av en tidskontinuerlig PID-regulator som man erhåller med Tustins formel.

Antag att referenssignalen är noll men att det finns en systemstörning  $w(t) = H(q)v(t)$  på utgången till (det tidsdiskreta) systemet, det vill säga att

$$y(t) = G_d(q)u(t) + H(q)v(t).$$

Störningen karakteriseras av filtret

$$H(q) = \frac{q}{q - 0.9}$$

och signalen  $v(t)$  som är vitt gaussiskt brus med väntevärde noll och varians 0.09 (dvs. en sekvens av oberoende normalfördelade slumpvariabler).

- (a) Rita i en figur upp impulssvaren för överföringsfunktionerna  $N_i(z)$  från  $v(t)$  till  $y(t)$  i de slutna systemen som man får med de olika regulatorerna. Verifiera att de  $L/T_S + 1$  första impulssvarskoefficienterna inte påverkas av vilken regulator man använder.
- (b) Beräkna Harris index för varje regulator genom att simulera de slutna systemen med en realisering av  $v(t)$  med 100 000 element som insignal. Utnyttja kunskapen om  $H(q)$  och tidsfördröjningen i systemet för att bestämma det minsta möjliga värdet på utsignalens varians. (I en verklig tillämpning hade man bestämt detta minimivärde utifrån skattningar av  $N(z)$  och systemets tidsfördröjning.) Vilken regulator är bäst i den mening att den ger lägst värde på Harris index?
- (c) Rita upp stegsvaren från referens- till utsignal för de slutna systemen och bedöm vilken regulator som är bäst. Blir slutsatsen samma som med Harris index?

**Tips:** Impulssvaret för ett system kan ritas upp med kommandot `impulse`. En realisering av vitt gaussiskt brus med väntevärde noll och varians ett kan skapas med kommandot `randn` och utsignalen från ett system med en viss insignal kan beräknas med kommandot `lsim`. Exempel:

```
v=randn(100000,1);  
w=lsim(H,v);
```

# Kapitel 8

## Olinjära reglerstrategier

### 8.1

Betrakta ett system  $G(s)$  som består av två delsystem

$$\begin{aligned}z(t) &= G_1(p)u(t), \\y(t) &= G_2(p)z(t),\end{aligned}$$

där

$$G_1(s) = \frac{40}{0.05s^3 + 2s^2 + 22s + 40}$$

och

$$G_2(s) = \frac{5}{s^2 + 7s + 5}.$$

Man vill reglera systemet med regulatorn

$$F(s) = \frac{s^2 + 3s + 3}{0.02s^2 + s + 0.01}$$

men man har dessutom bivillkoret att  $z(t)$  ska ligga i intervallet  $[-2, 2]$ .

- Simulera det slutna systemet med återkoppling från  $y$  när referenssignalen är en fyrkantsvåg med frekvens 0.05 Hz och amplitud 1. Håller sig signalen  $z(t)$  inom det tillåtna intervallet?
- Komplettera regulatorblocket  $F(s)$  med fler block så att man får en regulator med väljare som garanterar att bivillkoret på  $z(t)$  blir uppfyllt. Simulera det erhållna slutna systemet.

**Tips:** Använd simulinkblocken **Signal Generator** och **MinMax**.

## 8.2

Följande algoritm finns implementerad i en regulator.

$$\begin{aligned}K_n &= a + bz_n \\I_n &= I_{n-1} + K_n \frac{T_S}{T_i} e_n \\u_n &= K_n e_n + I_n\end{aligned}$$

Vilken reglerstrategi används här? Hur känslig är denna strategi för mätstörningar och sensorfel jämfört med en vanlig PI-regulator?

## 8.3

Betrakta systemet

$$\begin{aligned}y(t) &= G(s)w(t), \\w(t) &= z(t)^3 u(t),\end{aligned}$$

där

$$G(s) = \frac{1}{s(3s + 1)},$$

och där  $z(t)$  är en extern mätbar signal som alltid ligger i intervallet  $[0.5, 3]$ . Man vill reglera systemet med en PD-regulator med  $K = 1$ ,  $T_d = 2.5$  och  $\mu = 0.1$  men på grund av den varierande förstärkningen i systemet får man inte önskad prestanda hos det slutna systemet för alla värden på  $z(t)$ . Ett exempel på beteendet hos det slutna systemet erhålles vid simulering av simulinkmodellen som finns i filen `uppgift8_3.mdl`. Inför parameterstyrning för parametern  $K$  i regulatorn. Förbättrar detta regleringen?

**Tips:** Använd simulinkblocken `Fcn` och `Divide`.

## 8.4

Vid en automatisering av kvalitetskontrollen av läsk vid en läskfabrik är man intresserad av att byta ut en manuell kontrollant mot en regulator. Läskens kvalitet undersöks bland annat genom att dess pH-värde  $y_{pH}$  mäts med hjälp av en titrator och att sockerhalten  $y_s$  mäts med en refraktometer. Dessa värden beror bland annat på hur många liter vatten per minut,  $u$ , som man tillsätter. För att läsk inte ska smaka annorlunda efter automatiseringen frågar man ut den nu pensionerade kemisten som tidigare utförde den manuella kvalitetsregleringen. Hon berättar bland annat följande:

- pH-mätningarna  $y_{pH}$  ligger alltid i intervallet  $[1, 7]$ . Värdet under 3.5 är alldeles för lågt och värdet mellan 3.5 och 4 är lite för lågt.
- Sockerhalten  $y_s$  ligger alltid mellan 0% och 30%. Värdet över 22% är alldeles för högt och värdet mellan 18% och 22% är lite för högt.
- Man kan tillsätta mellan 0 och 200 liter vatten per minut och under normaldrift ligger man på 100 l/min. Flöden över 120 l/min är helt klart höga, medan flöden mellan 100 och 120 l/min är halvhöga.
- Om pH-värdet är lågt eller sockerhalten är hög ska vatteninflödet (styrsignalen) vara högt.

Designa en regulator baserad på fuzzy control som efterliknar den tidigare manuella kvalitetsregleringen. Definiera lämpliga medlemskapsfunktioner och realisera reglerstrategin i den fjärde punkten ovan. Vad blir  $u$  om  $y_{pH} = 3.7$  och  $y_s = 21$ ?





# Kapitel 9

## Regulatorstrukturer

### 9.1

I en viss fabrik har man en bufferttank som nivåregleras med hjälp av en ventil som styr inflödet i tanken. Tanken är cylindrisk med bottenarea  $4 \text{ m}^2$  och ventilen som avgör inflödet kan ses som ett första ordningens system med tidskonstant  $1 \text{ s}$  och statisk förstärkning  $1$ . Nivåregulatorn är en PI-regulator med  $K = 0.4$  och  $T_i = 40$ .

Vid en utvärdering av regleringen konstaterar man att den inte fungerar särskilt bra när uttaget från tanken varierar. Detta uttag, eller utflöde, bestäms av produktionstakten i fabriken och det är orimligt att hålla det konstant bara för att just den här tanknivån inte ska variera så mycket. Man vill heller inte trimma nivåregulatorn mer aggressivt eftersom syftet med bufferttanken är att den ska ha en utjämnande effekt på flödet i processen. Istället väljer man att montera en sensor som mäter utflödet från tanken. Designa en regulator som utnyttjar den nya mätsignalen för att åstadkomma en bättre reglering. Simulera systemets beteende vid en stegändring i utflödet och jämför med vad man får med den ursprungliga PI-regulatorn.

### 9.2

Betrakta ett system

$$z(t) = \frac{10}{p^3 + 14p^2 + 48p} u(t),$$
$$y(t) = \frac{1}{10p + 1} z(t)$$

där man kan mäta både  $z(t)$  och  $y(t)$ . För att dra nytta av den extra mätsignalen vill man använda kaskadreglering med en yttre PI-regulator

$$F_1(s) = 1 + \frac{1}{20s}$$

och en P-regulator i den inre loopen. Vilket av följande tre val av förstärkning i P-regulatorn är mest lämpligt i detta fall.

- (i)  $K = 0.1$
- (ii)  $K = 5$
- (iii)  $K = 100$

### 9.3

Betrakta en likströmsmotor

$$z(t) = \frac{1}{p+1}u(t),$$

$$y(t) = \frac{1}{p}z(t),$$

där  $y$  är motorvinkeln och  $u$  är spänningen över motorn. Man kan mäta både  $y$  och  $z$  men man är egentligen bara intresserad av att styra motorns vinkel.

- (a) Varför behövs integralverkan i regulatorn när det finns en ren integration i processen? Ledning: Modellera belastningen på motorn som en additiv störning på insignalen. (Varför är detta rimligt?)
- (b) Inför kaskadreglering. Jämför integralverkan i innerloopen med integralverkan i ytterloopen genom att studera inverkan av en additiv stegstörning på insignalen. Motivera varför det ur denna aspekt inte spelar någon större roll var man lägger integratorn.

### 9.4

Betrakta en kemisk reaktor där man vill hålla en konstant temperatur genom att variera flödet av kylmedel genom reaktorns kylmantel. Antag att man kan mäta både temperaturen  $y$  i reaktorn och temperaturen  $z$  i kylmanteln och att systemets dynamik beskrivs av sambanden

$$y(t) = \frac{1}{(30p+1)(3p+1)}z(t),$$

$$z(t) = \frac{1}{10p+1}u(t),$$

där  $u$  är ventilinställningen som bestämmer flödet genom kylmanteln. Man vill ha ett slutet system med en tidskonstant på 20 s, det vill säga en bandbredd på ungefär  $1/20 = 0.05$  rad/s. Designa en kaskadregulator med P-reglering i den inre loopen och PI-reglering i den yttre som ger den önskade snabbheten hos det slutna systemet. Använd lambdatrimning för att ställa in PI-regulatorns parametrar. Simulera det slutna systemet för steg i referenssignalen och stegstörningar på ingången och jämför med det slutna system som man får med en PI-regulator som bara återkopplar från  $y$ . Vilken är den stora vinsten med kaskadreglering?

## 9.5

Antag att vi vill kaskadreglera ett system. Utvidga PID-regulatorn

$$I_k = I_{k-1} + K \frac{T_S}{T_i} e_k$$

$$v_k = K e_k + I_{k-1} + K \frac{T_d}{T_S} (e_k - e_{k-1})$$

$$u_k = \begin{cases} u_{\max}, & \text{om } v_k > u_{\max} \\ v_k, & \text{om } u_{\min} \leq v_k \leq u_{\max} \\ u_{\min}, & \text{om } v_k < u_{\min} \end{cases}$$

$$I_k := I_k + \frac{T_S}{T_t} (u_k - v_k)$$

så att den kan användas både som primär- och sekundärregulator utan att få problem med integratoruppvridning i primärregulatorn när sekundärregulatorn mättar.

## 9.6

Antag att man har ett process med två utsignaler,  $y_r$  och  $y$ , och att man är intresserad av att  $y_r$  ska följa en referenssignal  $r_r$  samtidigt som kvoten  $y/y_r$  ska vara lika med  $r$ . Dynamiken beskrivs av sambanden

$$y_r(t) = \frac{2}{5p+1} u_1(t-1),$$

$$y(t) = \frac{5}{p+1} u_2(t).$$

Designa en kvotregulator som består av två PI-regulatorer och en så kallad blandstation där signalen

$$\tilde{r}(t) = r(t)(\delta r_r(t) + (1-\delta)y_r(t))$$

bildas. Ställ in PI-regulatorerna med hjälp av lambdatrimning och sikta på att båda de slutna delsystemen ska ha tidskonstanten 5 s. Simulera det slutna systemets

egenskaper vid steg i  $r(t)$  eller  $r_r(t)$  och undersök vilket värde på parametern  $\delta$  i blandstationen som ger bäst reglerprestanda.

## 9.7

Antag att man har två parallellkopplade ventiler med olika prestanda som man vill använda för flödesreglering. Den mindre ventilen beskrivs av överföringsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{1}{0.5s + 1}$$

och dess insignal är begränsad till intervallet  $[0, 1]$  medan den större ventils dynamik beskrivs av

$$G_2(s) = \frac{1}{10s + 1}$$

och intervallet  $[0, 10]$  för insignalen. Använd två stycken PI-regulatorer och designa en fungerande mitthållningsregulator för flödesreglering med hjälp av de båda ventilerna. Simulera det slutna systemet när referenssignalen ändras från 3 till 4.

# Kapitel 10

## Modellbaserad prediktionsreglering

### 10.1

I filen `uppgift10_1.mdl` finns det ett block som kan användas för att implementera en MPC-regulator i Simulink. Blockets grundläggande funktioner definieras i `mympccontroller.m`, men i den filen behöver inga modifieringar göras utan det räcker att den finns tillgänglig när simulinkmodellen ska simuleras. MPC-regulatorns parametrar  $F$ ,  $G$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $Q_1$  och  $Q_2$  kan ställas in genom att dubbelklicka på blocket `MPC Controller`. I den dialogruta som då kommer upp kan man också ange gränser för styrsignalen, samplingstiden samt namnet på den funktion som beskriver hur styrsignalen beräknas. Denna funktion ska vara definierad på följande sätt.

```
un=solvempcproblem(x,F,G,M,N,Q1,Q2,ubounds,Ts,t)
```

Inargumentet  $x$  är den senaste tillståndsmätningen och  $F$ ,  $G$  och  $M$  är matriserna i den modell som regulatorn använder. Vidare är  $N$  prediktionshorisonten,  $Q_1$  och  $Q_2$  viktmatriser,  $ubounds$  en matris med gränser för styrsignalen och  $Ts$  samplingstiden. Det sista inargumentet  $t$  är den aktuella tidpunkten. Den är främst användbar då man har tidsvariabla matriser eller bivillkor i MPC-problemet, till exempel i samband med referensföljning. Utargumentet från funktionen `solvempcproblem` är det beräknade värdet på styrsignalen (i det allmänna fallet en  $m$ -dimensionell vektor).

Vid formuleringen och lösningen av MPC-problemet kan man med fördel använda sig av den kod som finns angiven i kurskompendiet och de båda hjälpfunktionerna `createpredictors` och `blockrepeat`. Det kan dock vara intressant att lägga till följande rader i `solvempcproblem` för att slippa få kommandofönstret

fyllt av meddelanden om vilken lösningsmetod som använts i `quadprog` och om optimeringsproblemet gick att lösa.

```
warning off;
options=optimset('Display','off');
z=quadprog(H,f,A,b,[],[],[],[],[],options);
```

Betrakta en kemisk reaktor med kontinuerlig omrörning som används för att omvandla väteperoxid ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ) till vatten och syrgas. I ett arbetsområde runt en viss jämviktspunkt beskrivs reaktorsystemet av den linjäriserade tillståndsmodellen

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -0.0556 & -0.05877 \\ 0.01503 & -0.005887 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -0.03384 \end{pmatrix} u(t),$$

där  $x_1(t)$  är temperaturen i reaktorn,  $x_2(t)$  är koncentrationen av väteperoxid och  $u(t)$  är signalen till en ventil som styr kylflödet genom reaktorns kylmantel. Denna signal är begränsad till intervallet  $[-1, 1]$ . Temperaturen kan mätas direkt och väteperoxidkoncentrationen kan skattas från reaktionshastigheten genom att övervaka syrgasutvecklingen i reaktorn. Detta innebär att man kan se båda tillstånden i systemet som mätbara.

Designa en MPC-regulator för reaktorsystemet och simulera det slutna systemet när initialtillståndet är

$$x(0) = \begin{pmatrix} 20 & 2 \end{pmatrix}^T.$$

Undersök hur regleringen påverkas av olika val av samplingstid, viktmatriser och prediktionshorisont.

**Tips:** Skriv en skriptfil där modellen och MPC-parametrarna definieras. Använd simulinkblocket `State-Space`.

## 10.2

Det instabila systemet

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} u(t), \\ z(t) &= x(t) \end{aligned}$$

ska regleras med en samplande regulator som kan ställa ut styrsignaler i intervallet  $[-5, 5]$ . Bestäm en MPC-regulator som stabiliserar systemet när initialtillståndet är

$$x(0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}^T$$

och båda tillstånden är mätbara. Undersök hur olika val av samplingstid påverkar regleringen. Testa även att göra bivillkoren på styrsignalen hårdare. Hur litet kan styrsignalintervallet bli innan regulatorn inte längre klarar av att ta systemet till origo från det givna initialtillståndet? Kan du förutsäga denna gräns utan att simulera systemet?

## 10.3

Designa en MPC-regulator för systemet

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -2 & -2.5 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} u(t), \\ y(t) &= x(t), \\ z(t) &= x(t)\end{aligned}$$

och simulera det slutna systemets beteende när

$$x(0) = (5 \quad -2)^T.$$

Styrsignalerna  $u_1$  och  $u_2$  ska ligga i intervallen  $[-1, 1]$  respektive  $[-3, 3]$ . Undersök även vad som händer om man har fel i den modell som regulatorn använder. Antag att systemet egentligen beskrivs av sambandet

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -1.5 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1.8 & 0 \\ 0 & 0.9 \end{pmatrix} u(t), \\ y(t) &= x(t), \\ z(t) &= x(t).\end{aligned}$$

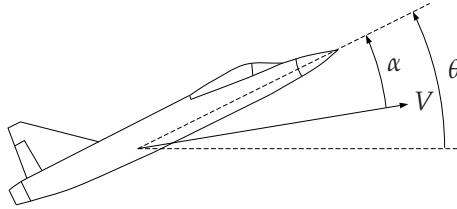
**Tips:** Använd funktionen `repmat` vid formuleringen av MPC-problemet.

## 10.4

Modellen

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -1.2822 & 0 & 0.98 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -5.4293 & 0 & -1.8366 & 0 \\ -128.2 & 128.2 & 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} -0.3 \\ 0 \\ -17 \\ 0 \end{pmatrix} u(t), \\ z(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -128.2 & 128.2 & 0 & 0 \end{pmatrix} x(t)\end{aligned}$$

är en linjäriserad beskrivning av ett flygplan av typen Cessna Citation 500. (Modellen är lånad från boken *Predictive Control with Constraints* som är skriven av Jan Maciejowski.) Linjäriseringen har gjorts kring en jämviktspunkt där flygplanet färdas på en höjd av 5000 m med en fart på 128.2 m/s. Insignalen till modellen är vinkeln på höjdrodret och utsignalerna är tippvinkeln, höjden över 5000 m och hastigheten i höjddled. Tillståndet  $x_1$  är anfallsvinkeln,  $x_2$  är tippvinkeln,  $x_3$  är tippvinkelhastigheten och  $x_4$  är höjden. Alla vinklar har enheten radianer. Figur 10.1 visar innebörden av anfallsvinkel och tippvinkel. Konstruktionen av flyg-



**Figur 10.1:** Illustration av anfallsvinkel och tippvinkel. Anfallsvinkeln ( $\alpha$ ) är vinkeln mellan planets hastighetsvektor ( $V$ ) och flygplanskroppen, medan tippvinkeln ( $\theta$ ) är definierad som vinkeln mellan marken och flygplanskroppen.

planet gör att vinkeln på höjdrodret alltid måste ligga i intervallet  $[-0.262, 0.262]$ . Antag att alla tillstånd är mätbara och designa en MPC-regulator till flygplanet samt simulera det slutna systemet. Hur påverkas reglerprestandan av olika val av viktmatriser och av hårdare eller mildare styrsignalbegränsningar? Testa även att starta flygplanet i några olika initialtillstånd och tänk igenom hur flygplanet rör sig.

## 10.5

Antag att man vill reglera en DC-motor som beskrivs av modellen

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.4 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t),$$

där  $x_1$  är vinkelläget,  $x_2$  är vinkelhastigheten och  $u \in [-3, 3]$  är spänningen över motorn.

- (a) Antag att man vill att vinkelläget

$$z(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t),$$

ska regleras till ett stationärt referensvärde  $r = 2$ . Designa en MPC-regulator som åstadkommer detta och simulera det slutna systemet. Låt målfunktionen i MPC-problemet vara

$$\sum_{j=0}^{N-1} \|z(k+j) - r(k+j)\|_{Q_1}^2 + \|u(k+j)\|_{Q_2}^2$$

och antag att alla tillstånd kan mätas.

- (b) Antag istället att det är vinkelhastigheten som man vill reglera till  $r = 2$ , det vill säga att

$$z(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x(t).$$



Modifiera  $M$ -matrisen i regulatoren från föregående uppgift för att åstadkomma detta och simulera det slutna systemet. Vilket värde får  $z$  stationärt?

- (c) Lös problemet med ett nollskilt stationärt reglerfel genom att införa I-verkan i regulatoren. Simulera det slutna systemet och verifiera att man nu får  $z = r$  stationärt.
- (d) Antag att man vill förprogrammera in ett steg i referenssignalen vid tidpunkten  $t = 5$  s. Modifiera regulatoren från föregående uppgift så att den kan användas för att få  $z = x_2$  att följa referenssignalen

$$r(t) = \begin{cases} 1, & t < 5, \\ 3, & t \geq 5. \end{cases}$$

Simulera det slutna systemet. Vid vilken tidpunkt börjar  $z(t)$  påverkas av steget i  $r(t)$ ?

**Tips:** Definiera en global variabel `uold` och använd den för att spara styrsignalens värde till nästa samplingsintervall. (Skriv `doc global` i kommandofönstret om du vill veta hur man använder globala variabler.)

## 10.6

Antag att man vill styra utsignalen  $z_1$  till en dubbelintegrator

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t), \\ y(t) &= x(t), \\ z(t) &= x(t) \end{aligned}$$

till noll samtidigt som man vill garantera att  $z_1$  aldrig blir större än 3. Styrsignalen  $u$  ska ligga i intervallet  $[-20, 20]$ . Designa en MPC-regulator som löser detta problem och simulera det slutna systemet med

$$x(0) = (2.9 \quad 0.9)^T$$

och  $T_S = 0.5$  s,  $N = 20$ ,  $Q_1 = I$  och  $Q_2 = 10$ . Varför blir inte kravet på  $z_1$  uppfyllt hela tiden? Åtgärda problemet.

**Tips:** Öka noggrannheten i simuleringen genom att sätta `Simulation - Configuration Parameters - Max Step Size` till 0.01.

## 10.7

Betrakta återigen flygplanet som studerades i uppgift 10.4. Designa en MPC-regulator som kan användas för referensföljning och simulera det slutna systemet. Testa till exempel att starta planet i jämviktsläget och styra det till

$$r(t) = (0 \quad 200 \quad 0)^T$$

eller

$$r(t) = (10 \quad 200 \quad 0)^T.$$

## 10.8

Betrakta återigen DC-motorn från uppgift 10.5(a) och antag att man inte kan mäta vinkelhastigheten, det vill säga att hela  $x(k)$  inte kan mätas.

- (a) Komplettera MPC-regulatorn med en tidsdiskret observatör

$$\hat{x}(k+1) = F\hat{x}(k) + Gu(k) + K(y(k) - C\hat{x}(k))$$

som skattar tillståndsvektorn utifrån mätningar av  $y(t) = x_1(t)$ . Välj  $K$  så att observatörens poler hamnar i 0.5 och 0.6 och låt observatörens initialskattning vara noll. Simulera det slutna systemet när man vill styra  $x$  till origo från initialtillståndet

$$x(0) = (1 \quad 2)^T$$

och jämför med en MPC-regulator som har tillgång till alla tillstånd. Vad blir skillnaden när man använder skattade tillstånd?

- (b) Skulle man kunna använda skattade tillstånd för MPC-reglering om det istället var vinkelhastigheten  $x_2$  som gick att mäta?

**Tips:** Använd kommandot `place` för att placera observatörens poler och simulinkblocket `Discrete State-Space`.

## 10.9

Betrakta ett system

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0.5 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} u(t), \\ \tilde{y}(t) &= \tilde{M}x(t) = (-1.5 \quad 1) x(t), \\ y(t) &= x(t), \\ z(t) &= x(t) \end{aligned}$$

där  $\tilde{y}$  är den utsignal från systemet som vi egentligen vill styra med en MPC-regulator men där vi väljer att låta  $z = x$  ingå i MPC-problemets målfunktion. Antag att systemet befinner sig i initialtillståndet

$$x(0) = (1 \ 0)^T$$

och att man reglerar det med en MPC-regulator där  $T_S = 0.1$ ,  $N = 10$ ,  $Q_1 = \tilde{M}^T \tilde{M} + I$  och  $Q_2 = 0.1$ . Det finns inte några bivillkor på styrsignalen.

- (a) Simulera det slutna systemet. Fungerar regulatorn som önskat?
- (b) Lägg till sluttillståndsbivillkoret  $x(k+N) = 0$  i MPC-problemet och simulera det slutna systemet. Vad blir skillnaden?
- (c) Lägg istället till ett sluttillståndsstraff i målfunktionen och simulera det slutna systemet? Vilken metod för att garantera stabilitet tycker du fungerar bäst?

**Tips:** Använd kommandot `dlyap` för att beräkna matrisen  $P$  som anger sluttillståndsstraffet. Var uppmärksam på vilken ekvation `dlyap` löser.



# Kapitel 11

## Blandat

### 11.1

Sjukvården är ett viktigt, men relativt nytt, tillämpningsområde för reglerteknik. Ett exempel på ett medicinskt reglertekniskt problem är intensivvård av thoraxpatienter (dvs. patienter som t.ex. har fått en bypass- eller en lungoperation). Det är viktigt att dessa patienter inte har ett för högt blodtryck, bland annat för att man vill minska risken för blödningar från de sydda operationssåren. En intensivvårdssjuksköterska sätter därför ofta in en kontinuerlig infusion (dropp) av den blodtryckssänkande substansen natriumnitroprussid (eng. sodium nitroprusside, SNP). För att blodtrycket ska bli det önskade måste dock sjuksköterskan regelbundet kontrollera trycket och justera dosen av SNP. Genom att använda ett automatiskt regelsystem som mäter blodtrycket och justerar hastigheten på infusionspumpen skulle man både kunna få en bättre blodtrycksreglering och mer tid för sjuksköterskan att övervaka andra patientegenskaper.

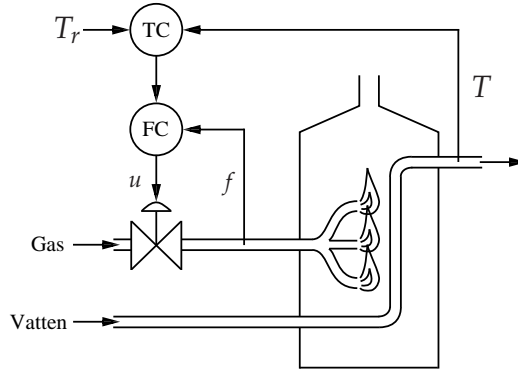
En patient som väger 70 kg uppvisar ett insignal-utsignal-beteende som beskrivs av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{-1}{0.67s + 1} e^{-0.5s}.$$

Insignalen är här inflödet av SNP i ml/h och utsignalen är avvikelser i medelartärtrycket i mm Hg. Tidskonstanten i modellen har enheten minuter.

Antag att medelartärtrycket initialt (innan man har tillsatt SNP) är 175 mm Hg och att man vill att trycket ska vara  $100 \pm 15$  mm Hg. Den maximala tillåtna infusionshastigheten för SNP är 150 ml/h och man vill att blodtrycket ska nå intervallet [85, 115] på ungefär 5 min.

- (a) Kan man åstadkomma den önskade reglerprestandan med en P-regulator?
- (b) Designa en IMC-regulator som uppfyller de ställda kraven och simulera det slutna systemets stegsvar.



**Figur 11.1:** Värmepannan som studeras i uppgift 11.3.

- (c) Använd en IMC-trimmad PID-regulator för regleringen och jämför det slutna systemet för denna regulator med det som man får med IMC-regulatorn från föregående deluppgift. Vilka skillnader finns det mellan dessa system?

## 11.2

Betrakta systemet

$$G(s) = \frac{2s + 1}{s^2 + s + 1} e^{-0.2s}.$$

Antag att man använder en PI-regulator med  $T_i = 4$ .

- (a) Hur stor kan man välja regulatorförstärkningen utan att få instabilitet om man använder en tidskontinuerlig regulator?
- (b) Hur stor kan regulatorförstärkningen väljas om man använder en samplande regulator med  $T_S = 0.1$  s som man har erhållit med Eulers metod?

## 11.3

I figur 11.1 visas en värmepanna där vatten hettas upp genom förbränning av gas och ett tillhörande reglersystem. Syftet med regleringen är att temperaturen  $T$  på vattnet som lämnar pannan ska vara lika med referensvärdet  $T_r$ . Reglersystemet består av två delar, en temperaturregulator (TC) och en flödesregulator (FC). Det finns dock bara en styrsignal, läget  $u$  hos den ventil som bestämmer gasflödet  $f$  in till pannan. Signalerna  $T$ ,  $T_r$  och  $f$  är insignaler till reglersystemet. Temperaturregulatorn är en PI-regulator med  $K = 0.5$  och  $T_i = 4$ . Överföringsfunktionen från  $u$  till  $f$  är

$$G_v(s) = \frac{1}{2s + 1}$$

och överföringsfunktionen från  $f$  till  $T$  är

$$G_p(s) = \frac{1}{s + 0.1}.$$

- Rita ett blockschema över hela det slutna systemet. Vad kallas regulatorstrukturen som används här?
- Bestäm en lämplig P-regulator som kan användas som flödesregulator i det aktuella reglersystemet. Simulera det slutna systemet och jämför med det slutna system som man får om man låter P-regulatorns förstärkning gå mot oändligheten. Vilka skillnader finns det mellan dessa reglersystem?
- Variationer i gstrycket eller vattenflödet kan ses som störningar i systemet. Vilken av dessa båda störningar kan det aktuella reglersystemet hantera bättre än ett reglersystem där temperaturregulatorn (TC i figur 11.1) direkt påverkar  $u$ ?

## 11.4

Betrakta två system med positiva utsignaler som då  $y_1 > 0$  och  $y_2 > 0$  beskrivs av sambanden  $Y_1(s) = G_1(s)U_1(s)$  och  $Y_2(s) = G_2(s)U_2(s)$ , där

$$G_1(s) = \frac{1}{2s + 1}$$

och

$$G_2(s) = \frac{1}{0.5s + 1}.$$

- Designa PI-regulatorer med hjälp av lambdatrimning för reglering av de båda systemen. Välj  $\lambda = 1$  i båda fallen.
- Man har kravet att  $y_1(t) + y_2(t)$  aldrig får bli större än 3. Komplettera de båda PI-regulatorerna med en P-regulator och väljare så att man kan garantera att detta krav blir uppfyllt när man har insignalstörningar med amplituder som alltid är mindre än 2 i båda systemen.
- Simulera det slutna systemet när referenssignalerna  $r_1$  och  $r_2$  är 1.2 respektive 1.4 och det kommer stegstörningar med amplitud 1 i båda insignalerna vid tiden  $t = 20$  s.





**Del II**

**Lösningar/Svar**



# Kapitel 1

## Lösningar/Svar

### 1.1

Lösning (c) borde ge snabbast reglering eftersom en önskad temperaturändring kan realiseras mycket snabbt genom att man ändrar flödet av förbikopplad kall vätska. På detta sätt begränsas inte regleringen av värmeväxlarens dynamik.



# Kapitel 2

## Lösningar/Svar

### 2.1

(a) Matlab-kod:

```
>> G=tf([2 1],[1 3 4 2]);  
>> H=c2d(G,0.5)
```

Transfer function:

```
0.1627 z^2 - 0.01968 z - 0.08336  
-----  
z^3 - 1.671 z^2 + 1.014 z - 0.2231
```

Sampling time: 0.5

(b) Matlab-kod:

```
>> Gss=ss(G)
```

```
a =  
      x1  x2  x3  
x1  -3  -2  -1  
x2   2   0   0  
x3   0   1   0
```

```
b =  
      u1  
x1   1  
x2   0  
x3   0
```

```
c =
      x1  x2  x3
y1    0   1  0.5
```

```
d =
      u1
y1    0
```

Continuous-time model.

```
>> Hss=ss(H)
```

```
a =
      x1      x2      x3
x1  1.671  -1.014  0.4463
x2      1      0      0
x3      0      0.5      0
```

```
b =
      u1
x1  0.5
x2   0
x3   0
```

```
c =
      x1      x2      x3
y1  0.3254 -0.03936 -0.3335
```

```
d =
      u1
y1    0
```

Sampling time: 0.5  
Discrete-time model.

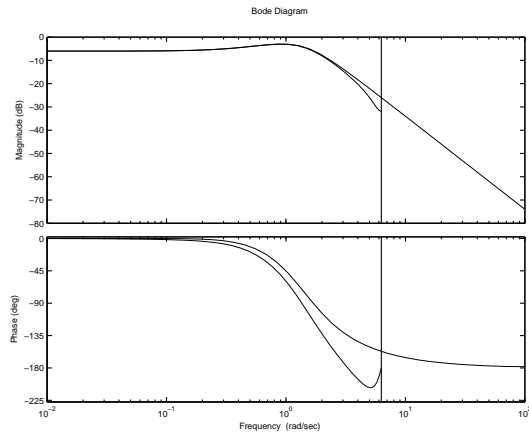
(c) Matlab-kod:

```
bode(G,H)
```

De resulterande bodediagrammen visas i figur 2.1.

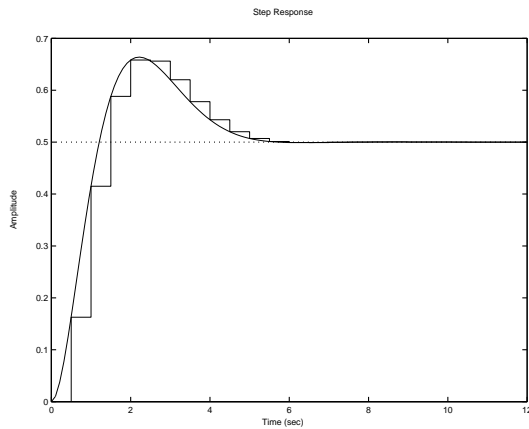
(d) Matlab-kod:

```
step(G,H)
```



**Figur 2.1:** Bodediagram till uppgift 2.1(c).

De resulterande stegsvaren visas i figur 2.2 och simulinkscheman som också löser uppgiften visas i figur 2.3 och 2.4.



**Figur 2.2:** Stegsvär till uppgift 2.1(d).

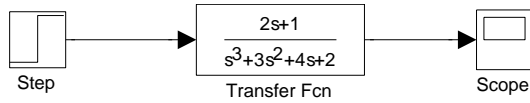
(e) Matlab-kod:

```
>> Gc=feedback(4*G,1)
```

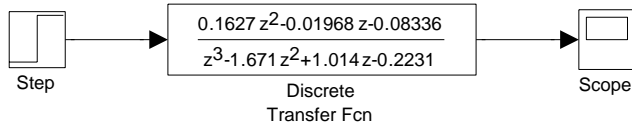
Transfer function:

$$8s + 4$$

-----



**Figur 2.3:** Simulinkschema till uppgift 2.1(d).



**Figur 2.4:** Simulinkschema till uppgift 2.1(d).

$$s^3 + 3s^2 + 12s + 6$$

```
>> Hc=feedback(4*H,1)
```

Transfer function:

$$\frac{0.6509 z^2 - 0.07872 z - 0.3335}{z^3 - 1.02 z^2 + 0.9348 z - 0.5566}$$

Sampling time: 0.5

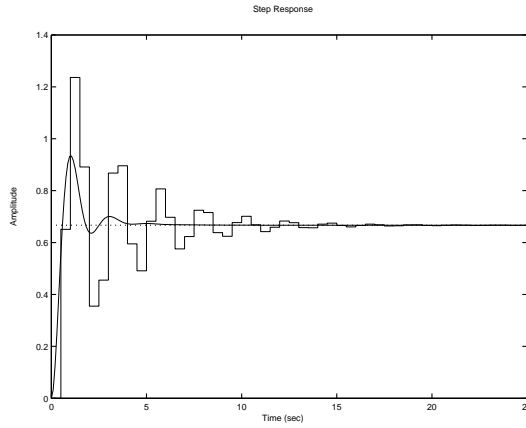
```
>> step(Gc,Hc)
```

De resulterande stegsvaren visas i figur 2.5 och simulinkscheman som också löser uppgiften visas i figur 2.6 och 2.7.

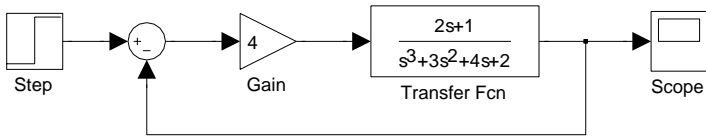
(f) Matlab-kod:

```
>> pole(Gc)
ans =
    -1.2176 + 3.0236i
    -1.2176 - 3.0236i
    -0.5647
>> zero(Gc)
ans =
    -0.5000
>> pole(Hc)
ans =
```

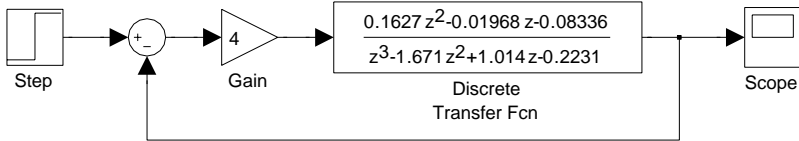




**Figur 2.5:** Stegsvvar till uppgift 2.1(e).



**Figur 2.6:** Simulinkschema till uppgift 2.1(e).



**Figur 2.7:** Simulinkschema till uppgift 2.1(e).

```

0.7568
0.1317 + 0.8474i
0.1317 - 0.8474i
>> zero(Hc)
ans =
    0.7788
   -0.6578
    
```

**2.2**

(a)

$$\begin{aligned} x(kT_S + T_S) &= \begin{pmatrix} -0.04321 & 0 \\ 0 & -0.04321 \end{pmatrix} x(kT_S) + \begin{pmatrix} 0.5216 \\ 1.565 \end{pmatrix} u(kT_S) \\ y(kT_S) &= (1 \quad 1) x(kT_S) \end{aligned}$$

(b) Den tidskontinuerliga tillståndsbeskrivningen är både styr- och observerbar men den tidsdiskreta är varken styr- eller observerbar.

(c)

$$G(s) = \frac{3s + 4}{s^2 + 2s + 2}$$

och

$$H(z) = \frac{2.086}{z + 0.04321}$$

**2.3**

Sampling av en modell under antagandet att insignalen är styckvis konstant medför att en pol  $\lambda$  till det tidskontinuerliga systemet kommer att avbildas på

$$\gamma = e^{\lambda T_S}.$$

I detta fall får vi

$$0.6 = e^{\lambda T_S} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln(0.6)}{T_S}.$$

**2.4**

(a) Motorn beskrivs av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{s + 2}$$

och det slutna systemet blir därför

$$G_c(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)} = \frac{K}{s + 2 + K}$$

när man använder en tidskontinuerlig P-regulator. Detta system har en pol i  $-2 - K$  och är stabilt för alla positiva  $K$  (eg. alla  $K > -2$ ).

Modellen av DC-motorn kan samplas med kommandona

```
>> G=tf(1,[1 2]);
>> H=c2d(G,.1)
```

```
Transfer function:
  0.09063
-----
z - 0.8187
```

```
Sampling time: 0.1
```

Den tidsdiskreta systembeskrivningen är alltså

$$H(z) = \frac{0.09063}{z - 0.8187}.$$

Med en samplande P-regulator får man det slutna systemet

$$H_c(z) = \frac{KH(z)}{1 + KH(z)} = \frac{0.09063K}{z - 0.8187 + 0.09063K}$$

som har en pol i  $0.8187 - 0.09063K$ . Detta system är stabilt om  $K < 20.07$  (och  $K > -2.000$ ).

(b) Med kommandona

```
>> rlocus(G)
>> rlocus(H)
>> rlocfind(H)
```

kan man dra slutsatsen att den tidskontinuerliga P-regulatorn ger ett stabilt slutet system för alla positiva  $K$  eftersom ingen gren av rotorten går igenom höger halvplan. Vidare ser man att den samplande P-regulatorn ger ett stabilt slutet system för  $K < 20.07$  eftersom en gren av rotorten lämnar enhetscirkeln för detta  $K$ -värde.

(c) Genom att rita upp nyquistkurvan för  $G$  med kommandot

```
>> nyquist(G)
```

ser man att denna kurva inte skär den negativa reella axeln och att den tidskontinuerliga P-regulatorn därför kommer att ge ett stabilt slutet system för alla positiva  $K$  eftersom nyquistkriteriet alltid kommer att vara uppfyllt. Med kommandot

```
>> nyquist(H)
```

kan man avläsa att nyquistkurvan för  $H$  skär den negativa reella axeln i  $z = -0.04983$  och att den samplande P-regulatorn enligt nyquistkriteriet därför ger ett stabilt slutet system för  $K < 20.07$ .

**2.5**

- (a) Alla  $K > 0$ .  
 (b)  $0 < K < 6.5$ .

**2.6**

$$y(t+1) = 0.368y(t) + 0.394u(t-2) + 0.239u(t-3).$$

**2.7**

(a)

$$K < \frac{1 + e^{-T_S}}{1 - e^{-T_S}}.$$

(b)

$$K < \frac{1}{1 - e^{-T_S}}.$$

**2.8**

(a) Dubbelintegratorn kan skrivas på tillståndsform som

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u, \\ y &= (1 \quad 0) x \end{aligned}$$

och motsvarande samplade system blir

$$\begin{aligned} x(kT_S + T_S) &= \begin{pmatrix} 1 & T_S \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x(kT_S) + \begin{pmatrix} T_S^2/2 \\ T_S \end{pmatrix} u(kT_S), \\ y(kT_S) &= (1 \quad 0) x(kT_S). \end{aligned}$$

Detta ger differensekvationen

$$y(t) - 2y(t - T_S) + y(t - 2T_S) = \frac{1}{2}T_S^2(u(t - T_S) + u(t - 2T_S)).$$

Den karakteristiska ekvation för det slutna systemet som fås med  $u(t) = -K_0y(t)$  blir

$$(z^2 - 2z + 1) + \frac{1}{2}K_0T_S^2(z + 1) = 0$$

En rotort med avseende på  $\frac{1}{2}K_0T_S^2$  kan ritas med kommandona

```
>> G=tf([1 1],[1 -2 1],1)
```

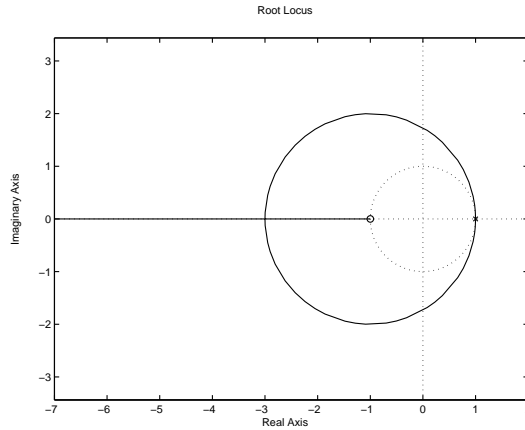
Transfer function:

```
z + 1
-----
z^2 - 2 z + 1
```

Sampling time: 1

```
>> rlocus(G)
>> axis equal
```

och visas i figur 2.8.



**Figur 2.8:** Rotort till uppgift 2.8.

- (b) Nej, ty rotortens grenar ligger aldrig innanför enhetscirkeln. Denna slutsats följer även av att produkten av polerna är

$$1 + \frac{1}{2}K_0T_S^2 > 1.$$

## 2.9

Systemet är

$$\dot{y}(t) = -y(t) + u(t)$$

Lösningen vid tiden  $(k+1)T_S$  med begynnelsevärdet vid tiden  $kT_S$  ges av

$$y((k+1)T_S) = e^{-T_S}y(kT_S) + \int_{kT_S}^{(k+1)T_S} e^{-(k+1)T_S+s}u(s) ds \quad (*)$$

Sätt nu in uttrycket för  $u(t)$  i (\*):

$$\begin{aligned} y((k+1)T_S) &= e^{-T_S} y(kT_S) + \int_{kT_S}^{kT_S+d} e^{-(k+1)T_S+s} (-Ky((k-1)T_S)) ds \\ &\quad + \int_{kT_S+d}^{(k+1)T_S} e^{-(k+1)T_S+s} (-Ky(kT_S)) ds \\ &= [e^{-T_S} + K \cdot (e^{d-T_S} - 1)] y(kT_S) + K[e^{-T_S} - e^{-T_S+d}] y((k-1)T_S) \end{aligned}$$

Den karakteristiska ekvationen för det slutna systemet är alltså

$$z^2 + (K(1 - e^{d-T_S}) - e^{-T_S})z + K \cdot e^{-T_S}(e^d - 1) = 0 \quad (**)$$

Om nu  $K = 24.4$  är stabilitetsgränsen måste något av följande alternativ vara uppfyllt:

- (i) För  $K = 24.4$  är  $z = 1$  eller  $z = -1$  en rot till (\*\*).
- (ii) För  $K = 24.4$  finns ett komplexkonjugerat rotpar på enhetscirkelns rand.

I fall (ii) måste det gälla att

$$\begin{aligned} K \cdot e^{-T_S}(e^d - 1) &= 1 \\ \Rightarrow e^d &= 1 + e^{0.1}/24.4 \Rightarrow d = 0.044. \end{aligned}$$

Detta värde är större än 30 ms och förkastas därför.

I fall (i) får vi att  $z = 1$  direkt kan uteslutas medan antagandet att  $z = -1$  är en rot medför att

$$1 - (24.4(1 - e^{-0.1} \cdot e^d) - e^{-0.1}) + 24.4e^{-0.1}(e^d - 1) = 0,$$

det vill säga

$$e^d = \frac{23.4(1 + e^{0.1})}{48.8} = 1.0094 \quad \Rightarrow \quad d = 0.0094.$$

# Kapitel 3

## Lösningar/Svar

### 3.1

(a) Matlab-kod:

```
>> G=tf(2,[1 7 16 10]);  
>> step(G)
```

Genom att läsa av dödtid, tidskonstant, statisk förstärkning och stegsvarets maximala lutning kan man komma fram till de approximativa modellerna

$$G_{m,1}(s) = \frac{0.2}{1.4s + 1} e^{-0.33s}$$

och

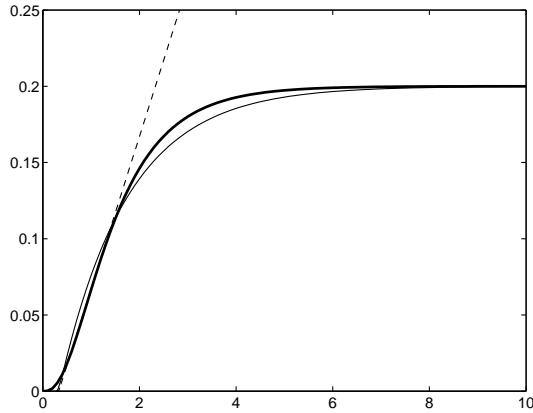
$$G_{m,2}(s) = \frac{0.1}{s} e^{-0.33s}.$$

Stegsvaren för dessa modeller kan beräknas och ritas med kommandona

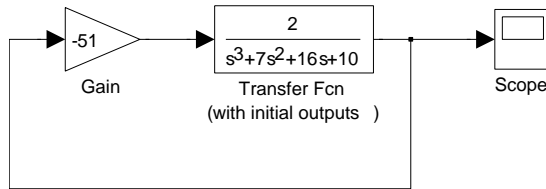
```
>> Gm1=tf(.2,[1.4 1], 'InputDelay', .33);  
>> Gm2=tf(.1,[1 0], 'InputDelay', .33);  
>> step(G,Gm1,Gm2,10)  
>> axis([0 10 0 .25])
```

och resultatet visas i figur 3.1

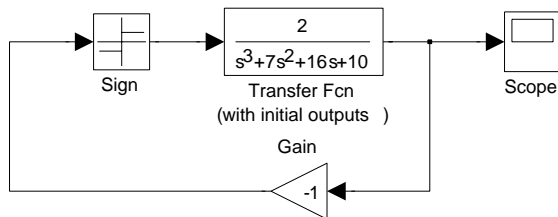
- (b) Ett simulinkschema som kan användas för att simulera ett självsvängnings-experiment visas i figur 3.2. En självsvängning uppstår för  $K_u = 51$  och den kritiska periodtiden blir  $T_u = 1.5$ .



**Figur 3.1:** Stegsvvar till uppgift 3.1(a) för systemet  $G(s)$  (tjockt heldraget), modellen  $G_{m,1}(s)$  (tunt heldraget) och modellen  $G_{m,2}(s)$  (streckat).



**Figur 3.2:** Simulinkschema till uppgift 3.1(b).



**Figur 3.3:** Simulinkschema till uppgift 3.1(c).

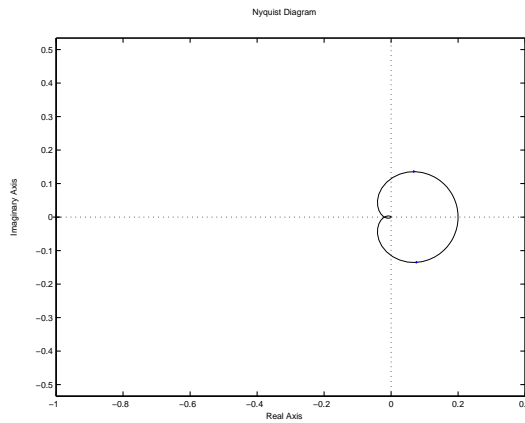
- (c) Ett simulinkschema som kan användas för att simulera ett självsvängningsexperiment med relä visas i figur 3.3. En självsvängning med en amplitud som motsvarar en kritisk förstärkning  $K_u = 50$  uppstår och den kritiska periodtiden är  $T_u = 1.6$ .



(d) Matlab-kod:

```
nyquist(G)
```

Det resulterande nyquistdiagrammet visas i figur 3.4. I nyquistdiagrammet kan man läsa av att nyquistkurvan skär den negativa reella axeln i  $-0.0196$ , vilket svarar mot en kritisk förstärkning  $K_u = 1/0.0196 = 51$ . Den kritiska periodtiden är  $T_u = \pi/2 \approx 1.57$ . (Avläsningen görs enklast genom att högerklicka i figuren, välja *Characteristics - Minimum Stability Margins* och sedan peka på den markerade punkten.)



**Figur 3.4:** Nyquistdiagram till uppgift 3.1(d).

## 3.2

Systemet kan beskrivas av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{5}{100s/3 + 1} e^{-s/6}.$$

Det följer att

$$u(t) = 0.2 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 1.$$

## 3.3

(a) Systemets frekvenssvar är

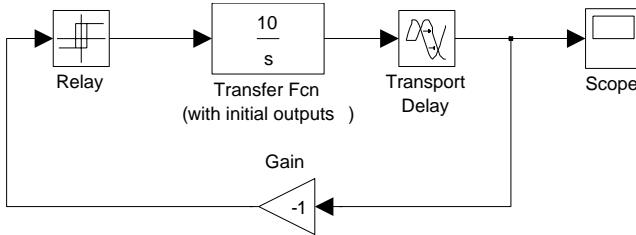
$$G(i\omega) = -\frac{10}{\omega} \sin(2\omega) - i\frac{10}{\omega} \cos(2\omega).$$

Den lägsta frekvensen för vilken nyquistkurvan skär den negativa reella axeln är  $\omega_u = \pi/4$ . Detta innebär att självsvängningar med periodtid  $T_u = 2\pi/\omega_u = 8$  erhålles för den kritiska förstärkningen  $K_u = -1/G(\omega_u) = \pi/40 \approx 0.0785$ .

- (b) Med reläåterkoppling får man en självsvängning vars amplitud approximativt blir

$$C = \frac{4a}{\pi K_u} = \frac{320}{\pi^2} \approx 32.4.$$

- (c) Ett simulinkschema för simulering av ett självsvängningsexperiment med reläåterkoppling visas i figur 3.5. I simuleringarna får man en triangelvågsformad utsignal med amplitud 40 och periodtid 8. En noggrannare analys krävs för att förklara detta resultat.



**Figur 3.5:** Simulinkschema till uppgift 3.3(c).

Systemet kan ekvivalent skrivas som

$$\dot{y}(t) = 10u(t - 2).$$

Eftersom  $u(t)$  är en fyrkantvåg med amplitud 2 måste  $y(t)$  vara en triangelvåg med lutning  $\pm 20$ . Antag att  $T_u/2$  är större än tidsfördröjningen i systemet, det vill säga  $T_u/2 \geq 2$ , och låt  $t_k$  och  $t_{k+1}$  beteckna två på varandra följande nollgenomgångar för  $y(t)$ . Då gäller att

$$\begin{aligned} 0 &= y(t_{k+1}) - y(t_k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \dot{y}(t) dt = 10 \int_{t_k}^{t_{k+1}} u(t - 2) dt \\ &= \int_{t_k}^{t_k+2} (-20) dt + \int_{t_k+2}^{t_k+T_u/2} (+20) dt = 20(-4 + T_u/2) \end{aligned}$$

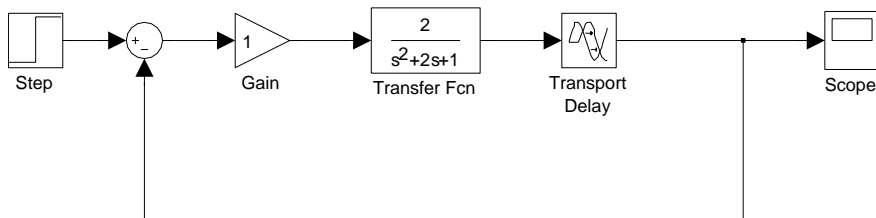
Alltså måste det gälla att  $T_u = 8$  och att amplituden hos triangelvågen är 40.

# Kapitel 4

## Lösningar/Svar

### 4.1

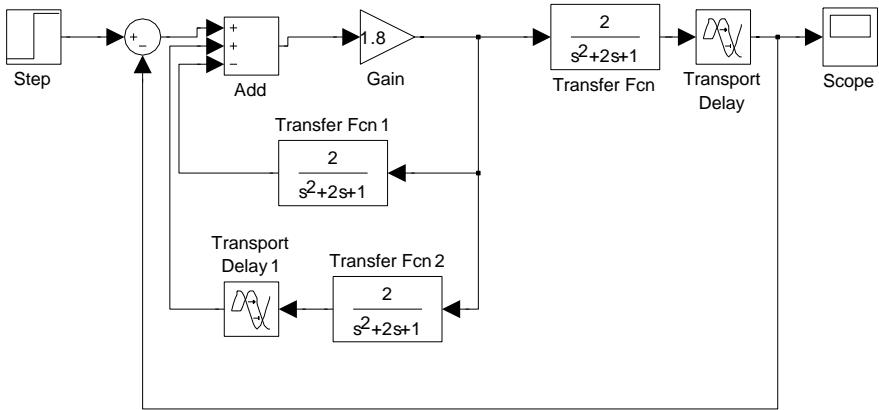
Ett simulinkschema för P-reglering av systemet visas i figur 4.1. Med denna enkla regulatorstruktur kan man dra upp förstärkningen i regulatorn till 1 innan man erhåller ett stegsvar med 20% översläng.



**Figur 4.1:** Simulinkschema för P-reglering till uppgift 4.1.

Om man lägger in dödtidskompensering i regulatorn som i figur 4.2 kan man däremot öka regulatorförstärkningen till 1.8 innan man får en översläng på 20%. Detta gör att det slutna systemet blir snabbare än tidigare och att det statistiska reglerfelet blir mindre.

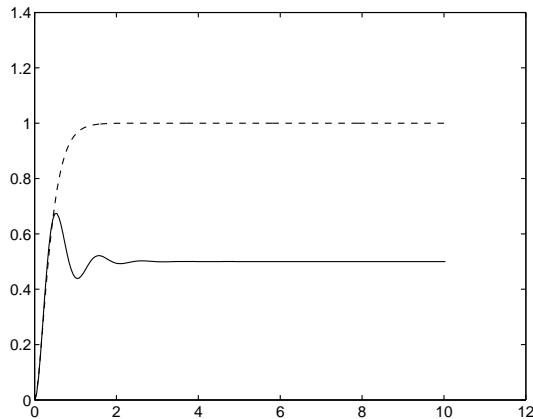
Det är dock värt att notera att det är viktigt att man har god kunskap om fördröjningarna i systemet när man ska använda sig av dödtidskompensering. Om man ställer in ett felaktigt värde på tidsfördröjningen i regulatorn får man ett slutet system med klart sämre prestanda. Både ett för litet värde, till exempel 0.02, och ett för stort, till exempel 2, kan ge upphov till ett mer oscillativt slutet system.



**Figur 4.2:** Simulinkschema för P-reglering med dödtidskompensering till uppgift 4.1.

## 4.2

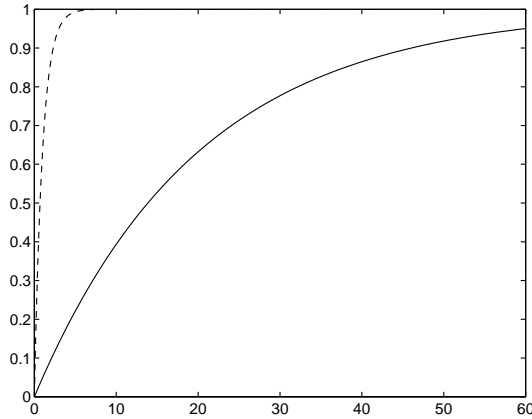
Stegsvaren för det öppna och det slutna systemet visas i figur 4.3.



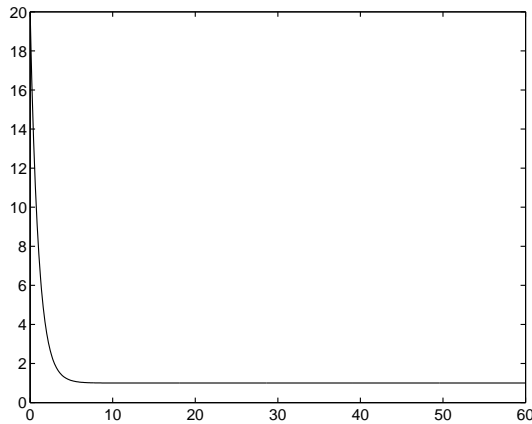
**Figur 4.3:** Stegsvår för det öppna systemet (heldraget) och det slutna (streckat) i uppgift 4.2.

## 4.3

- (a) Stegsvaren för det öppna och det slutna systemet visas i figur 4.4 och styrsignalen visas i figur 4.5.



**Figur 4.4:** Stegsvaren för det öppna systemet (heldraget) och det slutna (streckat) i uppgift 4.3(a).



**Figur 4.5:** Styrsignalen i uppgift 4.3(a).

- (b) IMC-regulatorn hanterar systemstörningar på utgången bra men kompenserar mycket långsamt för systemstörningar på ingången.

## 4.4

Regulatorns överföringsfunktion blir

$$F(s) = \frac{s^2 + 2s + 5}{s(s + 3)}.$$

Detta kan ses som en PID-regulator med modifierad D-del,

$$F(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\mu T_d s + 1} \right),$$

där  $K = 1/9$ ,  $T_i = 1/15$ ,  $T_d = 8/3$  och  $\mu = 1/8$ .

## 4.5

Det verkar vara svårt att uppfylla referensföljningskraven med bara en PID-regulator. Med framkoppling från referenssignalen är det däremot lätt att ta fram en regulator som ger en tidskonstant på 0.5 s utan någon översläng i stegsvaret.

Matlab-kod:

```
G=tf([2 1],[3 1 0]);

mu=0.1;
K=0.5;
Ti=10;
Td=5;
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));

Gm=tf(1,[0.5 1]);
Ff=Gm/G;

Gry=minreal((G*F*Gm+G*Ff)/(1+G*F));
step(Gry)
```

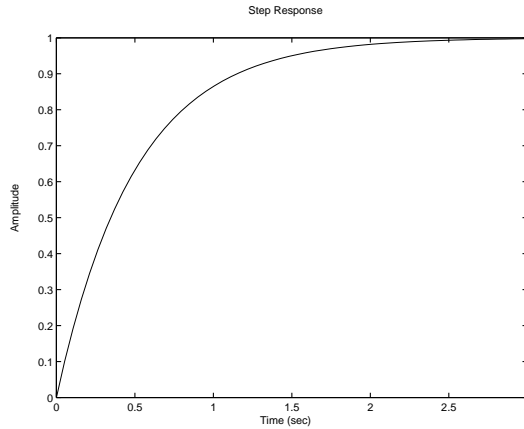
Det resulterande stegsvaret för  $G_{ry}$  visas i figur 4.6.

## 4.6

(a)

$$G_m(s) = \frac{1}{(0.001s + 1)^3 G_2(s)}, \quad F_f(s) = \frac{G_m(s)}{G_1(s)}$$

(b) Det tar 2.46 s från det att rörelsen påbörjas tills dess att  $y_a$  är  $10^{-4}$  rad ifrån målvinkeln 2.25 rad.



**Figur 4.6:** Stegsvvar för systemet  $G_{ry}$  i uppgift 4.5.

(c) 4.01 s

(d) 3.47 s

(e)  $J_a = 0.03$  ger en insvängningstid på 3.41 s medan  $k = 17$  bara ger små oscillationer som inte påverkar insvängningstiden eftersom de är mindre än  $10^{-4}$  rad. Detta resultat är rimligt eftersom  $J_a$  har ökat med 50% från sitt nominella värde medan  $k$  bara har minskats med 15%. Med  $k = 10$  får man insvängningstiden 3.02 s. Värt att notera är att fel i  $J_a$  verkar leda till en över- eller undersläng medan fel i  $k$  verkar leda till oscillationer runt rätt medelvärde.

## 4.7

$$F(s) = 1 + \frac{1}{s}, \quad G_m(s) = \frac{-0.5s + 1}{s^2 + 2s + 1}, \quad F_f(s) = \frac{0.5s^2 + s + 2}{s^2 + 2s + 1}$$

## 4.8

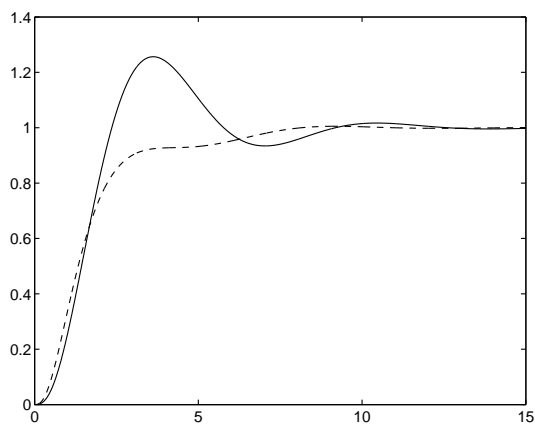
Med  $K_p = 0.2$ ,  $T = 1.4$  och  $L = 0.33$  får man  $K = 2.12$  och  $T_i = 0.42$ . Den neutrala framkopplingen blir

$$G_m(s) = \frac{1}{1.4s + 1} e^{-0.33s}$$

och

$$F_f(s) = 5.$$

Stegsvaren för det slutna systemen med och utan framkoppling visas i figur 4.7.



**Figur 4.7:** Stegsvår för det slutna systemet med framkoppling (streckat) och utan (heldraget) i uppgift 4.8.



# Kapitel 5

## Lösningar/Svar

### 5.1

$$K = 19, T_i = 1.9, \alpha = 0.55$$

### 5.2

$$K = \kappa, T_i = T$$

### 5.3

Systemet är stabilt och väl dämpat och det går därför bra att genomföra ett stegsvarsexperiment och sedan bestämma regulatorparametrarna med hjälp av lambdatrimning. Däremot kan man inte göra en regulatorinställning baserat på ett självsvängningsexperiment där man bestämmer den kritiska förstärkningen och periodtiden genom att öka förstärkningen i en P-regulator tills en självsvängning uppstår. Eftersom  $\arg(G(i\omega)) = -\arctan(0.4\omega) \geq -\pi/2$  kommer systemets nyquistkurva aldrig att skära den negativa reella axeln utan ligga helt i det högra halvplanet. En självsvängning kan därför inte uppstå oavsett hur hög man väljer P-regulatorns förstärkning.

### 5.4

Matlab-kod:

```
G=tf(2,[1 7 16 10]);  
Kp=0.2;  
T=1.4;
```

```

L=0.33;
b=0.1;
Ku=51;
Tu=1.57;
a=Kp*L/T;

lambda=0.1;
Tc=lambda*T;
mu=0.1;

% IMC tuning
K=(T+L/2)/(Kp*(Tc+L));
Ti=T+L/2;
Td=T*L/(2*T+L);
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
Gc1=feedback(F*G,1);
Su1=feedback(1,F*G)*G;

% Lambda tuning
K=T/(Kp*(Tc+L));
Ti=T;
Td=0;
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
Gc2=feedback(F*G,1);
Su2=feedback(1,F*G)*G;

% Ziegler-Nichols tuning (2 par)
K=1.2/(b*L);
Ti=2*L;
Td=L/2;
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
Gc3=feedback(F*G,1);
Su3=feedback(1,F*G)*G;

% Ziegler-Nichols tuning (freq)
K=0.6*Ku;
Ti=Tu/2;
Td=Tu/8;
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
Gc4=feedback(F*G,1);
Su4=feedback(1,F*G)*G;

% Spec. Nyquist
K=0.35*Ku;

```

```

Ti=0.76*Tu;
Td=0.19*Tu;
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
Gc5=feedback(F*G,1);
Su5=feedback(1,F*G)*G;

% Åström-Hägglund tuning (3 par)
K=0.9/a;
Ti=T;
Td=0.25*T;
alpha=0.3;
Fr=K*(tf([alpha*Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
Fy=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
Gc6=minreal(Fr*G/(1+Fy*G));
Su6=feedback(1,Fy*G)*G;

% Åström-Hägglund tuning (freq)
K=0.5*Ku;
Ti=0.3*Tu;
Td=0.09*Tu;
alpha=0.2;
Fr=K*(tf([alpha*Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
Fy=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
Gc7=minreal(Fr*G/(1+Fy*G));
Su7=feedback(1,Fy*G)*G;

figure(1)
clf
step(Gc1,Gc2,Gc3,Gc4,Gc5,Gc6,Gc7)
legend('1','2','3','4','5','6','7')

figure(2)
clf
step(Su1,Su2,Su3,Su4,Su5,Su6,Su7)
legend('1','2','3','4','5','6','7')

```

Att döma av stegsvaren verkar metod 5 (spec. av punkt på nyquistkurva) ge bäst prestanda. Metod 4 (Ziegler-Nichols) ger visserligen bättre störningsundertryckning men samtidigt ett oscillativt stegsvar för det slutna systemet.

## 5.5

IMC-trimningen ger det snabbaste stegsvaret med den minsta överslängen.

**5.6**

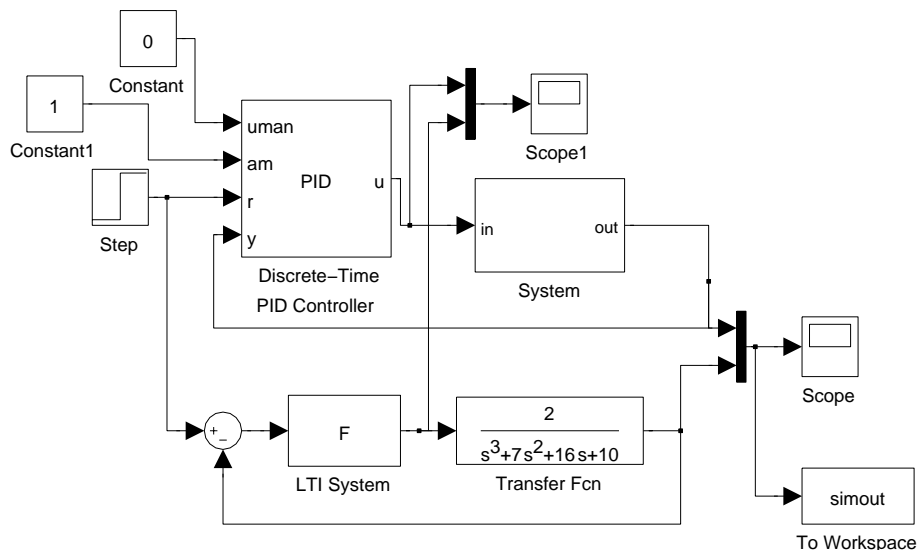
$$K = \frac{T}{2K_p T_z}, \quad T_i = T$$

# Kapitel 6

## Lösningar/Svar

### 6.1

- (a) Ett simulinkschema som kan användas för att simulera både det slutna systemet med en samplande regulator och det slutna systemet med en tidskontinuerlig regulator visas i figur 6.1.



**Figur 6.1:** Simulinkschema till uppgift 6.1.

Regulatorparametrarna kan genereras med följande matlab-kod:

```

Kp=0.2;
T=1.4;
L=0.33;

lambda=0.6;
Tc=lambda*T;
mu=0.1;

K=(T+L/2)/(Kp*(Tc+L));
Ti=T+L/2;
Td=0;
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));

```

Funktionen som beräknar styrsignalen och tillståndsuppdateringen:

```

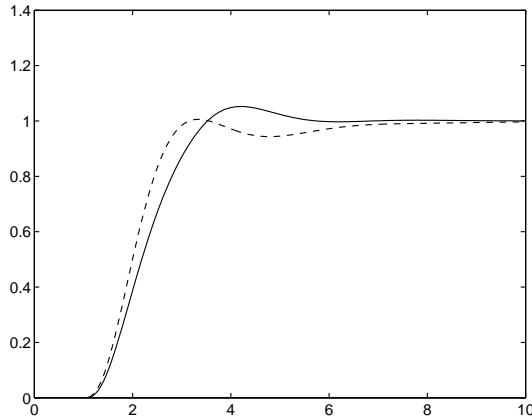
function [un,xn]=...
    computeux1(umann,amn,rn,yn,xn_1,ctrlparam,ubounds,Ts)
K=ctrlparam(1);
Ti=ctrlparam(2);
Td=ctrlparam(3);
mu=ctrlparam(4);
theta=ctrlparam(5:end);

In_1=xn_1(1);
umin=ubounds(1);
umax=ubounds(2);

en=rn-yn;
In=In_1+ K*Ts*en/Ti;
vn=K*en+In;
if vn<umin
    un=umin;
elseif vn>umax
    un=umax;
else
    un=vn;
end
xn=In;

```

I simuleringen kan man se att det slutna systemet med en samplande PI-regulator har en 10 gånger större översläng än det slutna systemet med en tidskontinuerlig regulator utan styrsignalbegränsning (se figur 6.2). Detta är en indikation på integratoruppvridning.



**Figur 6.2:** Stegsvär för det slutna systemet med en samplande PI-regulator (heldraget) och det slutna systemet med en tidskontinuerlig regulator utan styrsignalbegränsning (streckat) i uppgift 6.1(a).

- (b) Om man minskar samplingstiden minskar även överslängen något och det omvända gäller vid ökad samplingstid. Om samplingstiden är alldeles för lång (här  $T_S = 1.9$ ) får man ett instabilt system (öka eventuellt simuleringstiden för att se detta).
- (c) Både villkorlig integration och justering av I-delen löser problemet med integratoruppridning.

Funktionen som beräknar styrsignalen och tillståndsuppdateringen vid villkorlig integration:

```
function [un,xn]=...
    computeux2(umann,amn,rn,yn,xn_1,ctrlparam,ubounds,Ts)
K=ctrlparam(1);
Ti=ctrlparam(2);
Td=ctrlparam(3);
mu=ctrlparam(4);
theta=ctrlparam(5:end);

In_1=xn_1(1);
umin=ubounds(1);
umax=ubounds(2);

en=rn-yn;
vnt=K*en+In_1+K*Ts*en/Ti;
if (vnt>=umin)&&(vnt<=umax)
```

```

    In=In_1+K*Ts*en/Ti;
else
    In=In_1;
end
vn=K*en+In;
if vn<umin
    un=umin;
elseif vn>umax
    un=umax;
else
    un=vn;
end
xn=In;

```

Vid justering av I-delen har man en parameter  $T_i$  som också måste väljas. I Discrete-Time PID Controller kan man till exempel använda  $\theta$  som  $T_i$  och testa sig fram till ett bra värde utifrån tumregeln  $T_i \approx T_i$ . Det verkar som om  $T_i = 2T_i$  kan vara en bra inställning i detta exempel.

Funktionen som beräknar styrsignalen och tillståndsuppdateringen vid justering av I-delen:

```

function [un,xn]=...
    computeux3(umann,amn,rn,yn,xn_1,ctrlparam,ubounds,Ts)
K=ctrlparam(1);
Ti=ctrlparam(2);
Td=ctrlparam(3);
mu=ctrlparam(4);
theta=ctrlparam(5:end);
Tt=theta(1);

In_1=xn_1(1);
umin=ubounds(1);
umax=ubounds(2);

en=rn-yn;
In=In_1+ K*Ts*en/Ti;
vn=K*en+In;
if vn<umin
    un=umin;
elseif vn>umax
    un=umax;
else
    un=vn;
end
end

```



```
In=In+Ts*(un-vn)/Tt;
xn=In;
```

- (d) Insvängningen till rätt slutvärde blir lite bättre med en D-del i regulatorn men skillnaderna är ganska små.

Beräkning av  $T_d$  och den tidskontinuerliga regulatorn:

```
Td=T*L/(2*T+L);
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
```

För att realisera derivatafiltret har två extra tillstånd införts i regulatorn. Dessa tillstånd svarar mot reglerfelet och dess lågpasfilterade derivata. Antalet regulatortillstånd som ska anges i blocket **Discrete-Time PID Controller** är alltså tre.

Funktionen som beräknar styrsignalen och tillståndsuppdateringen :

```
function [un,xn]=...
    computeux4(umann,amn,rn,yn,xn_1,ctrlparam,ubounds,Ts)
K=ctrlparam(1);
Ti=ctrlparam(2);
Td=ctrlparam(3);
mu=ctrlparam(4);
theta=ctrlparam(5:end);
Tt=theta(1);

In_1=xn_1(1);
en_1=xn_1(2);
dn_1=xn_1(3);
umin=ubounds(1);
umax=ubounds(2);

en=rn-yn;
In=In_1+ K*Ts*en/Ti;
dn=(mu*Td*dn_1+en-en_1)/(mu*Td+Ts);
vn=K*en+In+K*Td*dn;
if vn<umin
    un=umin;
elseif vn>umax
    un=umax;
else
    un=vn;
end
In=In+Ts*(un-vn)/Tt;
xn=[In;en;dn];
```

## 6.2

Med  $T_S = 0.1$  är det svårt att se någon skillnad mellan PI-regulatorn baserad på Eulers metod och den baserad på Tustins formel men med  $T_S = 1$  slipper man en översläng med den senare regulatorn. Samplingstiden  $T_S = 1$  är dock orimligt stor i förhållande till det slutna systemets snabbhet.

# Kapitel 7

## Lösningar/Svar

### 7.1

(a) Matlab-kod:

```
G=tf(1.5,[5 1], 'InputDelay',2);
Ts=0.5;
Gd=ss(c2d(G,Ts));
H=ss(tf([1 0],[1 -0.9],Ts));

mu=0.1;

K=0.6;
Ti=2;
Td=0.2;
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
Fd1=ss(c2d(F,Ts,'tustin'));
N1=feedback(1,Fd1*Gd)*H;

K=0.5;
Ti=5;
Td=0.1;
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
Fd2=ss(c2d(F,Ts,'tustin'));
N2=feedback(1,Fd2*Gd)*H;

K=1.1;
Ti=5;
Td=.1;
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
```

```

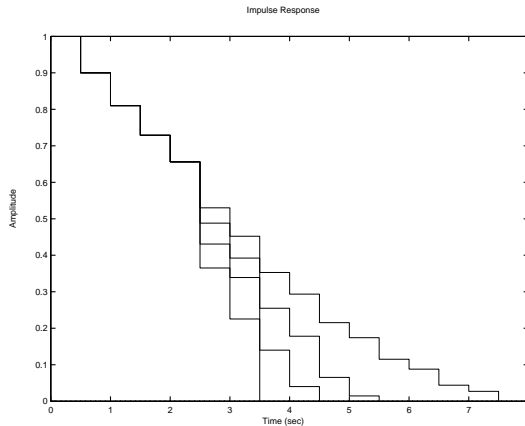
Fd3=ss(c2d(F,Ts,'tustin'));
N3=feedback(1,Fd3*Gd)*H;

K=0.3;
Ti=10;
Td=0.1;
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
Fd4=ss(c2d(F,Ts,'tustin'));
N4=feedback(1,Fd4*Gd)*H;

impulse(N1,N2,N3,N4)
legend('1','2','3','4')

```

De resulterande impulssvaren visas i figur 7.1 och där kan man se att de fem första impulssvarkoefficienterna är identiska.



**Figur 7.1:** Impulssvar för överföringsfunktionerna  $N_i(z)$  i uppgift 7.1(a).

(b) Matlab-kod:

```

v=0.3*randn(100000,1);
smin2=0.09*(1-0.9^10)/(1-0.9^2);

y=lsim(N1,v);
I1=var(y)/smin2
y=lsim(N2,v);
I2=var(y)/smin2
y=lsim(N3,v);
I3=var(y)/smin2

```

```
y=lsim(N4,v);
I4=var(y)/smin2
```

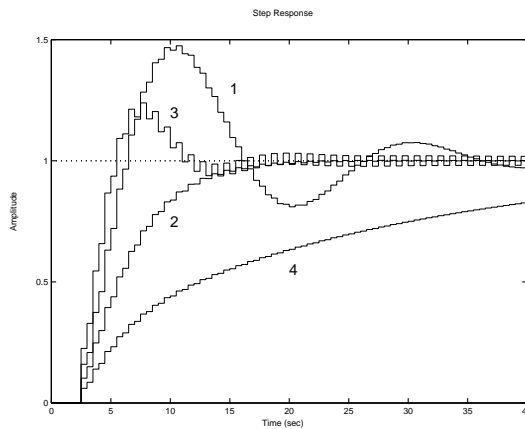
Harris index för de fyra regulatorerna blir för en viss brusrealisering 2.22, 1.40, 1.55 respektive 1.33 och utifrån dessa värden kan man dra slutsatsen att regulator 4 är den bäst trimmade.

(c) Matlab-kod:

```
Gc1=feedback(Fd1*Gd,1);
Gc2=feedback(Fd2*Gd,1);
Gc3=feedback(Fd3*Gd,1);
Gc4=feedback(Fd4*Gd,1);
```

```
step(Gc1,Gc2,Gc3,Gc4)
legend('1','2','3','4')
```

Stegsvaren för de slutna systemen visas i figur 7.2. Att döma av dessa är regulator 2 och 4 de enda som kan sägas vara rimligt trimmade. Vilken av dessa man tycker är bäst beror på vilken tidskonstant man vill ha i det slutna systemet. Värt att notera är att även om regulator 2 och 4 har näst lägst respektive lägst Harris index så är index för regulator 3 inte så värst mycket högre.



**Figur 7.2:** Stegsvär för det slutna systemen i uppgift 7.1(c).



# Kapitel 8

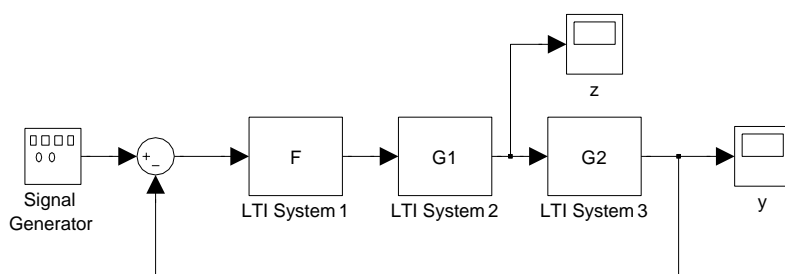
## Lösningar/Svar

### 8.1

(a) Matlab-kod:

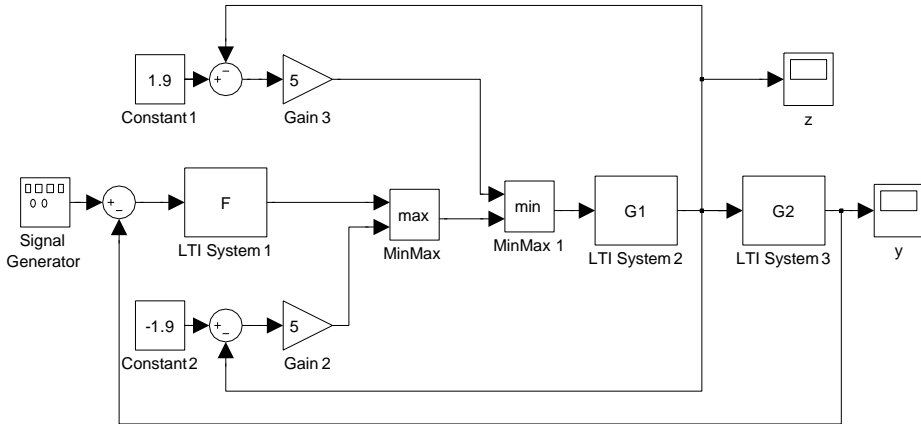
```
G1=tf(40,[.05 2 22 40]);  
G2=tf(5,[1 7 5]);  
F=tf([1 3 3],[.02 1 .01]);
```

Ett simulinkschema för simulering av det slutna systemet med återkoppling från  $y$  visas i figur 8.1. I detta fall överskrider signalen  $z(t)$  sina gränser.



**Figur 8.1:** Simulinkschema till uppgift 8.1(a).

(b) Ett simulinkschema för reglering med väljare visas i figur 8.2. Med hjälp av denna olinjära reglerstrategi kan man garantera att signalen  $z(t)$  håller sig i det tillåtna intervallet.



**Figur 8.2:** Simulinkschema till uppgift 8.1(b).

## 8.2

Eftersom regulatorförstärkningen  $K_n$  är tidsvariabel och bestäms av en signal  $z_n$  är detta en PI-regulator med parameterstyrning. Om  $z_n$  mäts med en extra sensor kommer reglersystemet att kunna påverkas av brus och fel i denna sensor. Jämfört med en vanlig PI-regulator finns det en sensor till som kan gå sönder eller påverkas av störningar.

## 8.3

Med parameterstyrning för regulatorns förstärkning får man ett väldämpat stegsvar oavsett värdet på  $z(t)$ .

## 8.4

Man kan till exempel använda medlemskapsfunktionerna

$$\mu_L^{pH}(x) = \begin{cases} 1, & 1 \leq x < 3.5, \\ 8 - 2x, & 3.5 \leq x \leq 4, \\ 0, & 4 < x \leq 7, \end{cases}$$

$$\mu_H^s(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < 18, \\ 0.25x - 4.5, & 18 \leq x \leq 22, \\ 1, & 22 < x \leq 30 \end{cases}$$



och

$$\mu_H^u(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < 100, \\ 0.05x - 5, & 100 \leq x \leq 120, \\ 1, & 120 < x \leq 200. \end{cases}$$

Med hjälp av dessa funktioner kan den angivna reglerstrategin realiseras med

$$\begin{aligned} \nu(u, y_{pH}, y_s) &= \min(\max(\mu_L^{pH}(y_{pH}), \mu_H^s(y_s)), \mu_H^u(u)), \\ u^*(y_{pH}, y_s) &= \frac{\int u\nu(u, y_{pH}, y_s) du}{\int \nu(u, y_{pH}, y_s) du}. \end{aligned}$$

Då  $y_{pH} = 3.7$  och  $y_s = 21$  får man

$$\nu(x, 3.7, 21) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < 100, \\ 0.05x - 5, & 100 \leq x \leq 115, \\ 0.75, & 115 < x \leq 200. \end{cases}$$

vilket ger

$$\begin{aligned} u^*(3.7, 21) &= \frac{\int_{u=100}^{115} (0.05u^2 - 5u) du + \int_{u=115}^{200} 0.75u du}{\int_{u=100}^{115} (0.05u - 5) du + \int_{u=115}^{200} 0.75 du} \\ &= \frac{\frac{2475}{4} + \frac{80325}{8}}{\frac{45}{8} + \frac{255}{4}} = \frac{17055}{111} \approx 154 \end{aligned}$$

Kommentar: Det finns en speciell toolbox till Matlab, Fuzzy Logic Toolbox, med vilken man kan designa och utvärdera fuzzy-regulatorer. Ett GUI för regulatordesign kan startas med kommandot `fuzzy`. En extrauppgift (för den intresserade) kan vara att lösa denna uppgift med hjälp av fuzzy-toolboxen.



# Kapitel 9

## Lösningar/Svar

### 9.1

Genom att framkoppla från utflödet kan man kompensera för variationer i det innan tanknivån har hunnit ändras. Tanken beskrivs av differentialekvationen

$$\frac{d(4y(t))}{dt} = z(t) - v(t),$$

där  $y$  är nivån,  $z$  inflödet och  $v$  är utflödet. Överföringsfunktionen för tanken är alltså

$$G_2(s) = \frac{1}{4s}.$$

Inflödet bestäms av ventilsystemet

$$z(t) = G_1(p)u(t) = \frac{1}{p+1}u(t),$$

där  $u$  är styrsignalen. En ideal framkoppling från störningen  $v$  får man med framkopplingslänken

$$F_f(s) = s + 1$$

men eftersom denna funktion inte är proper får man istället använda en approximation, till exempel

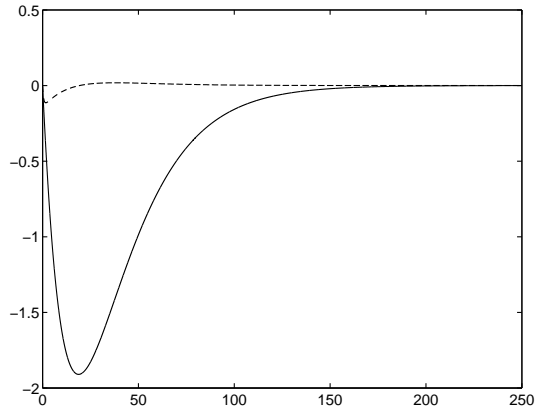
$$F_f(s) = \frac{s+1}{0.5s+1}.$$

Styrsignalen beräknas som

$$u(t) = F(p)(r(t) - y(t)) + F_f(p)v(t),$$

där

$$F(s) = 0.4 \left( 1 + \frac{1}{40s} \right)$$



**Figur 9.1:** Utsignalen vid en stegstörning på ingången för det slutna systemet utan framkoppling (heldraget) och med framkoppling (streckat) i uppgift 9.1.

Systemets beteende vid ett steg i  $v$  visas i figur 9.1. Som man kan se där minskar framkopplingen störningens inverkan avsevärt.

Matlab-kod:

```
K=0.4;
Ti=40;

F=tf(K*[Ti 1],[Ti 0]);
G1=tf(1,[1 1]);
G2=tf(1,[4 0]);

S=feedback(1,F*G1*G2);
Ff=tf([1 1],[.5 1]);

N1=-S*G2;
N2=-S*G2+S*G1*G2*Ff;

step(N1,N2)
```

## 9.2

Med en ideal inre loop (som gör att  $z(t)$  alltid är lika med utsignalen  $z_r(t)$  från  $F_1(s)$ ) får man det slutna systemet

$$G_{c,ideal}(s) = \frac{F_1(s)G_1(s)}{1 + F_1(s)G_1(s)} = \frac{20s + 1}{200s^2 + 40s + 1},$$

där  $G_1(s)$  är överföringsfunktionen mellan  $z(t)$  och  $y(t)$ . Polerna till  $G_{c,ideal}(s)$  ligger i  $-0.171$  och  $-0.0293$ . Genom att beräkna polerna för det inre slutna systemet och kan man kontrollera vilket alternativ som ger en inre loop som är klart snabbare än den yttre. Alternativ (i) ger poler i  $-8.06$ ,  $-5.92$  och  $-0.0210$  och förkastas på grund av den sista, relativt långsamma, polen. Alternativ (iii) ger ett instabilt slutet system och förkastas därför. Det bästa alternativet är (ii) som ger ett relativt snabbt inre slutet system med poler i  $-9.50$  och  $-2.25 \pm 0.452i$ . Matlab-kod:

```
G1=tf(1,[10 1]);
F1=tf([20 1],[20 0]);

Gcideal=feedback(F1*G1,1)
pole(Gcideal)

G2=tf(10,[1 14 48 0]);
Gc2i=feedback(0.1*G2,1);
pole(Gc2i)
Gc2ii=feedback(5*G2,1);
pole(Gc2ii)
Gc2iii=feedback(100*G2,1);
pole(Gc2iii)
```

## 9.3

(a) Låt  $U(s) = F(s)(R(s) - Y(s))$ . Det återkopplade systemet blir

$$Y(s) = \frac{1}{s} \frac{1}{s+1} (V(s) + F(s)(R(s) - Y(s)))$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{1}{s(s+1) + F(s)} V(s) + \frac{F(s)}{s(s+1) + F(s)} R(s).$$

Antag att  $r(t) = 0$ .

1. Antag att  $F(s)$  inte innehåller någon integration samt att belastningen ändras stegvis, det vill säga att  $V(s) = \frac{1}{s}$ . Slutvärdesteoremet ger

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1/s}{s(s+1) + F(s)} = \frac{1}{F(0)}.$$

Vi får alltså ett stationärt fel efter en stegstörning trots att systemet innehåller en integration.

2. Antag att  $F(s)$  innehåller en integration, det vill säga att  $F(s) = \frac{1}{s} F_1(s)$ . Slutvärdesteoremet ger

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1/s}{s(s+1) + \frac{1}{s} F_1(s)} = 0.$$

Anledningen till att det är rimligt att modellera belastningen som en additiv störning på insignalen är att en belastning verkar som ett moment. Ekvationen för motorn är

$$\ddot{y}(t) = -\dot{y}(t) + u(t) \quad (9.1)$$

och om belastningen modelleras som en störning på insignalen ses den som ett moment eftersom momentet är proportionellt mot  $\dot{y}(t)$ .

(b) Inför kaskadregering. För den inre loopen får vi

$$\begin{aligned} Z(s) &= \frac{1}{s+1}(V(s) + F_2(s)(U_1(s) - Z(s))) \\ \Rightarrow Z(s) &= \frac{V(s) + F_2(s)U_1(s)}{s+1+F_2(s)} \end{aligned}$$

vilket ger

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{1}{s} \left( \frac{V(s)}{s+1+F_2(s)} + \frac{F_2(s)}{s+1+F_2(s)} F_1(s)(R(s) - Y(s)) \right) \\ \Rightarrow Y(s) &= \frac{1}{s(s+1+F_2(s)) + F_1(s)F_2(s)} V(s) \\ &\quad + \frac{F_1(s)F_2(s)}{s(s+1+F_2(s)) + F_1(s)F_2(s)} R(s). \end{aligned}$$

Antag att belastningen ändras stegvis, det vill säga att  $V(s) = \frac{1}{s}$ . Slutvärdesteoremet ger

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1/s}{s^2 + s + sF_2(s) + F_1(s)F_2(s)} \\ &= \frac{1}{K_2/T_{i,2} + F_1(0)F_2(0)} \end{aligned}$$

Vi ser att det stationära felet blir noll oavsett om det är  $F_1$  eller  $F_2$  som innehåller en integration.

Kommentar: Vid kaskadreglering lägger man oftast I-delen i primärregulatorn. Vi ser dock att i detta fall spelar det ingen roll om I-delen placeras i inner- eller ytterloopen. Placeringen av I-delen styrs då av andra aspekter än de ovan behandlade, till exempel olinjäriteter. Bland annat har ABB:s robotar integralverkan i innerloopen.

## 9.4

P-regulatorn  $F_2(s) = 5$  ger en innerloop som är klart snabbare än det slutna systemet. Lambdatrimning av PI-regulatorn ger sedan  $K = 1.44$  och  $T_i = 30$ . Om

man jämför med en PI-regulator som bara har återkoppling från  $y$  får man ungefär samma referensföljningsegenskaper men en mycket bättre störningsundertryckning med kaskadregulatorn.

## 9.5

För att man ska kunna undvika integratoruppridning i primärregulatorn när sekundärregulatorn mättar måste man ha kommunikation mellan regulatorerna. Mer specifikt måste primärregulatorn ha tillgång till mätsignalen  $y_s$  i sekundärkretsen samt till en signal MÄTTNING som säger om sekundärregulatorn är mättad.

Hanteringen av integratoruppridningen i primärregulatorn kan då lösas genom att man där byter ut den sista raden i den givna regulatorkoden mot följande rader:

**if (MÄTTNING) then**

$$u_n := y_s;$$

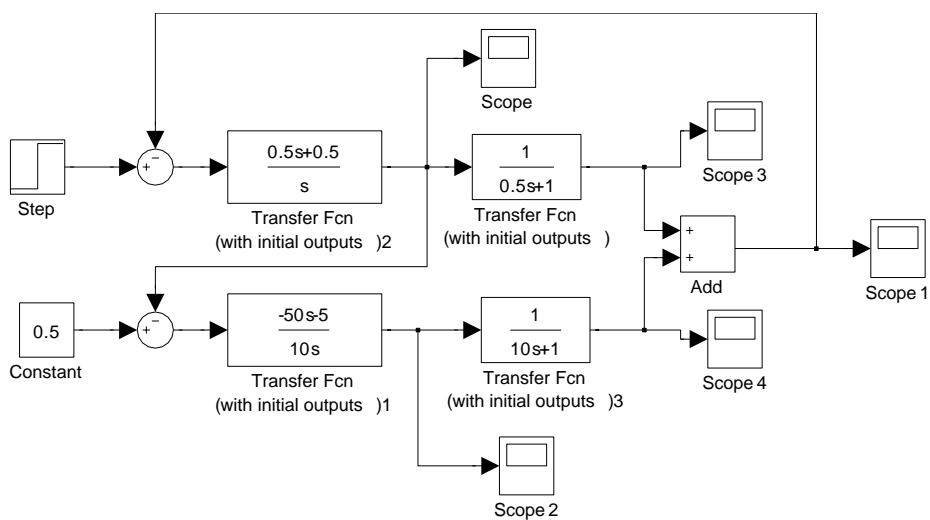
$$I_n := I_n + \frac{T_s}{T_i}(u_n - v_n);$$

## 9.6

Om man väljer  $\delta = 0.5$  minimeras det maximala felet i kvotvärdet vid steg i  $r_r(t)$ .

## 9.7

Ett simulinkschema för mitthållningsreglering visas i figur 9.2.



**Figur 9.2:** Simulinkschema till uppgift 9.7.



# Kapitel 10

## Lösningar/Svar

### 10.1

Matlabkod som definierar modellen och MPC-parametrarna:

```
A=[-0.0556 -0.05877;0.01503 -0.005887];  
B=[0; -0.03384];  
C=eye(2);  
D=zeros(2,1);  
Gsys=ss(A,B,C,D);  
M=eye(2);  
x0=[20; 2];
```

```
Ts=1;
```

```
Gsysd=c2d(Gsys,Ts);  
F=Gsysd.A;  
G=Gsysd.B;
```

```
N=20;  
Q1=eye(2);  
Q2=.1;
```

```
ubounds=[-1 1];
```

Funktionen som används för att beräkna styrsignalen:

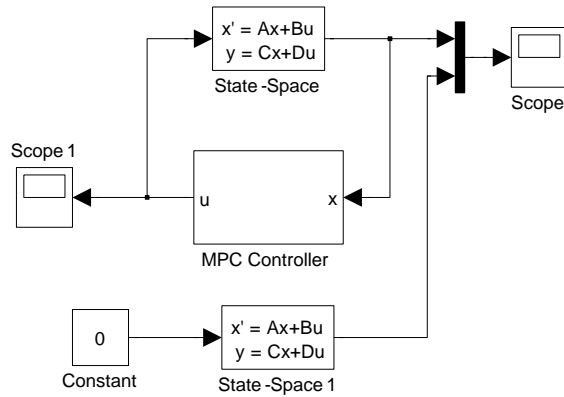
```
function un=solvempcproblem(x,F,G,M,N,Q1,Q2,ubounds,Ts,t)  
warning off;  
[n,m]=size(G);  
[H,S]=createpredictors(F,G,N);
```

```

Q1b=blockrepeat(Q1,N);
Q2b=blockrepeat(Q2,N);
Mb=blockrepeat(M,N);
Au=[eye(N*m);-eye(N*m)];
bu=[ubounds(2)*ones(N*m,1);-ubounds(1)*ones(N*m,1)];
options=optimset('Display','off');
U=quadprog(S'*Mb'*Q1b*Mb*S+Q2b,S'*Mb'*Q1b*Mb*H*x,Au,bu,...
    [],[],[],[],[],options);
un=U(1:m);

```

Ett simulinkschema som kan användas för att simulera det slutna systemet visas i figur 10.1.



**Figur 10.1:** Simulinkschema till uppgift 10.1.

**Val av samplingstid:** Eftersom systemet är relativt långsamt kan samplingstiden väljas ganska lång utan att det slutna systemets egenskaper försämras nämnvärt. Till exempel ger  $T_S = 10$  ungefär samma insvängningstid som  $T_S = 1$ . Systemets tillstånd uppvisar dock ett mjukare beteende för den kortare samplingstiden. Om man väljer en orimligt lång samplingstid, till exempel  $T_S = 200$ , får man i stort sett samma insvängning som för det öppna systemet, det vill säga det är inte längre optimalt för regulatoren att ställa ut en nollskild styrsignal.

**Val av prediktionshorisont:** En kort prediktionshorisont, till exempel  $N = 3$ , ger en långsammare insvängning än en lång.

**Val av viktmatriser:** Om man först låser  $Q_1 = I$  och bara varierar  $Q_2$  kan man observera att ett relativt litet värde på  $Q_2$ , till exempel 0.001, ger ungefär samma insvängningstid som ett medelstort värde, till exempel 0.1, men med större hopp i styrsignalen i samplingsögonblicken. Ett stort värde på  $Q_2$ , till exempel 20, ger

ungefär samma insvängning som för det öppna systemet. Värt att notera är också att man kan prioritera det ena tillståndets insvängning i förhållande till det andra genom att välja olika stora diagonalelement i  $Q_1$ .

## 10.2

En MPC-regulator med  $T_S = 0.1$ ,  $N = 25$ ,  $Q_1 = I$  och  $Q_2 = 0.1$  stabiliserar systemet vid det aktuella initialtillståndet. En för stor samplingstid, till exempel  $T_S = 0.9$ , leder till ett instabilt slutet system. Hårdare gränser på  $u$  ger ett långsammare system och om styrsignalbegränsningen är mindre än 0.25 får man ett instabilt slutet system. Det beror på att man med en sådan begränsning får  $\dot{x}_2(0) > 0$ , något som kan ses i den andra tillståndsekvationen.

## 10.3

En MPC-regulator med  $T_S = 0.1$ ,  $N = 20$ ,

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad Q_2 = \begin{pmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{pmatrix}$$

ger ett slutet system med en relativt snabb insvängning mot origo. Modellfel gör insvängningen lite långsammare.

## 10.4

Välj till exempel  $T_S = 0.5$ ,  $N = 10$ ,  $Q_1 = I$  och  $Q_2 = 10$ .

## 10.5

(a) Matlabkod som definierar modellen och MPC-parametrarna:

```
A=[0 1;0 -0.4];
B=[0; 1];
C=eye(2);
D=zeros(2,1);
Gsys=ss(A,B,C,D);
M=[1 0];
x0=zeros(2,1);

Ts=.1;

Gsysd=c2d(Gsys,Ts);
```

```
F=Gsysd.A;
G=Gsysd.B;

N=20;
Q1=1;
Q2=.1;

ubounds=[-3 3];
```

Funktionen som används för att beräkna styrsignalen:

```
function un=solvempcproblemab(x,F,G,M,N,Q1,Q2,ubounds,Ts,t)
warning off;
[n,m]=size(G);
[H,S]=createpredictors(F,G,N);
R=2*ones(N,1);
Q1b=blockrepeat(Q1,N);
Q2b=blockrepeat(Q2,N);
Mb=blockrepeat(M,N);
Au=[eye(N*m);-eye(N*m)];
bu=[repmat(ubounds(:,2),N,1);repmat(-ubounds(:,1),N,1)];
options=optimset('Display','off');
U=quadprog(S'*Mb'*Q1b*Mb*S+Q2b,...
    S'*Mb'*Q1b*(Mb*H*x-R),Au,bu,...
    [],[],[],[],[],options);
un=U(1:m);
```

- (b) Med den uppdaterade  $M$ -matrisen får man ett beteende som liknar det i föregående uppgift. I detta fall får man dock ett stationärt reglerfel.
- (c) Definiera en global variabel med kommandona

```
global uold;
uold=0;
```

och välj  $Q_1 = 1$ .

Funktionen som används för att beräkna styrsignalen:

```
function un=solvempcproblemc(x,F,G,M,N,Q1,Q2,ubounds,Ts,t)
global uold;
warning off;
[n,m]=size(G);
[H,S]=createpredictors(F,G,N);
R=2*ones(N,1);
```

```

Omega=eye(N*m)-[zeros(m,N*m);eye((N-1)*m zeros((N-1)*m,m)];
delta=[uold;zeros((N-1)*m,1)];
Q1b=blockrepeat(Q1,N);
Q2b=blockrepeat(Q2,N);
Mb=blockrepeat(M,N);
Au=[eye(N*m);-eye(N*m)];
bu=[repmat(ubounds(:,2),N,1);repmat(-ubounds(:,1),N,1)];
options=optimset('Display','off');
U=quadprog(S'*Mb'*Q1b*Mb*S+...
    Omega'*Q2b*Omega,S'*Mb'*Q1b*(Mb*H*x-R)-...
    Omega'*Q2b*delta,Au,bu,[],[],[],[],[],options);
un=U(1:m);
uold=un;

```

(d) Funktionen som används för att beräkna styrsignalen:

```

function un=solvempcproblemd(x,F,G,M,N,Q1,Q2,ubounds,Ts,t)
global uold;
warning off;
[n,m]=size(G);
[H,S]=createpredictors(F,G,N);
Rlong=[ones(round(5/Ts),1);3*ones(round(25/Ts),1)];
k=round(t/Ts);
R=Rlong(k+1:k+N);
Omega=eye(N*m)-[zeros(m,N*m);eye((N-1)*m zeros((N-1)*m,m)];
delta=[uold;zeros((N-1)*m,1)];
Q1b=blockrepeat(Q1,N);
Q2b=blockrepeat(Q2,N);
Mb=blockrepeat(M,N);
Au=[eye(N*m);-eye(N*m)];
bu=[repmat(ubounds(:,2),N,1);repmat(-ubounds(:,1),N,1)];
options=optimset('Display','off');
U=quadprog(S'*Mb'*Q1b*Mb*S+...
    Omega'*Q2b*Omega,S'*Mb'*Q1b*(Mb*H*x-R)...
    -Omega'*Q2b*delta,Au,bu,[],[],[],[],[],options);
un=U(1:m);
uold=un;

```

Utsignalen börjar påverkas av steget redan vid tiden 3.1 s (beror på samplingstiden och prediktionshorisonten).

## 10.6

Samplingstiden är för lång och regulatorn märker inte att utsignalen inte uppfyller bivillkoret mellan två samplingsögonblick. Om man väljer  $T_S = 0.1$  försvinner problemet.

## 10.7

Den konstanta referenssignalen

$$r(t) = (10 \quad 200 \quad 0)^T$$

svarar mot ett omöjligt flygfall. Planet kan inte flyga så här utan att använda fler styrytor.

## 10.8

- (a) Regleringen blir något sämre när den baseras på skattade tillstånd, men skillnaderna är inte så stora. Värt att notera är att styrsignalen är noll under det första samplingsintervallet eftersom regulatorn då tror att tillstånden är noll.
- (b) Nej, systemet är inte observerbart om man mäter  $x_2$  och eftersom systemet innehåller en integration kommer skattningsfelet inte att gå mot noll.

## 10.9

- (a) Vid en simulering visar det sig att det slutna systemet är instabilt.
- (b) Med ett sluttillståndsbivillkor får man ett stabilt slutet system.
- (c) Även med sluttillståndsstraff får man ett stabilt slutet system och överslängningen i  $\tilde{y}$  blir här mindre än då man använder sluttillståndsbivillkor.

# Kapitel 11

## Lösningar/Svar

### 11.1

- (a) Nej, ett stationärt reglerfel på 15 mm Hg kräver en P-regulator med förstärkning 4 men amplitudmarginalen är bara 2.78.
- (b) Välj till exempel

$$Q(s) = -\frac{0.67s + 1}{2.7s + 1}$$

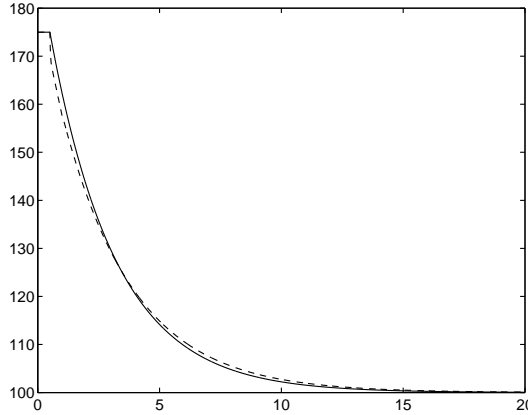
- (c) Stegsvaren för de båda slutna systemen visas i figur 11.1. I denna figur kan man se att en IMC-trimmad PID-regulator ger nästan exakt samma reglerprestanda som IMC-regulatorn från föregående deluppgift. Man behöver dock införa en mättning i PID-regulatorn för att garantera att styrsignalbegränsningen alltid blir uppfylld.

### 11.2

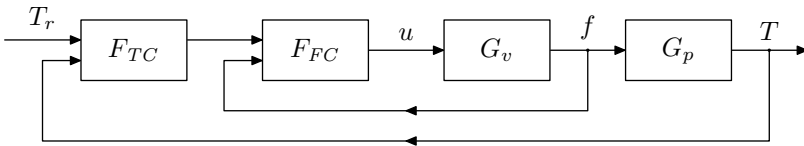
- (a) Stabilitetsgräns:  $K = 3.97$ .
- (b) Stabilitetsgräns:  $K = 3.08$ .

### 11.3

- (a) Detta är ett exempel på kaskadreglering och ett blockschema för det slutna systemet visas i figur 11.2.



**Figur 11.1:** Stegsvär för det slutna systemet med en IMC-regulator (heldraget) och det med en IMC-trimmad PID-regulator (streckat) i uppgift 11.1.



**Figur 11.2:** Kaskadregleringen i uppgift 11.3.

- (b) Om flödesregleringen är perfekt blir gasflödet  $f$  lika med utsignalen från temperaturregulatorn. I detta fall har man det slutna systemet

$$G_{c,ideal}(s) = \frac{F_{TC}G_p(s)}{1 + F_{TC}G_p(s)} = \frac{2s + 0.5}{4s^2 + 2.4s + 0.5}$$

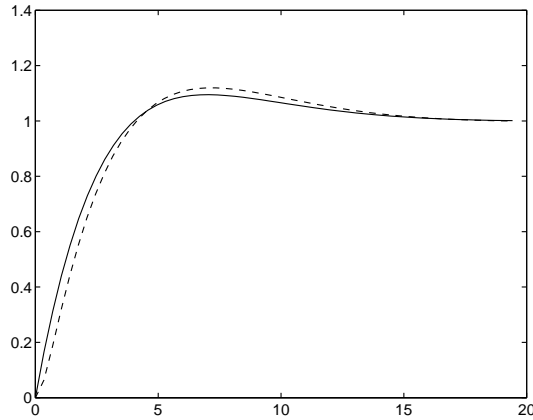
med poler i  $s = -0.3 \pm i\sqrt{0.035}$ . För att kaskadregleringen ska fungera som önskat måste den inre reglerkretsen vara klart snabbare än den yttre. Överföringsfunktionen för det inre slutna systemet (flödesregleringen) är

$$G_{c,f}(s) = \frac{F_{FC}G_v(s)}{1 + F_{FC}G_v(s)} = \frac{K}{2s + 1 + K}$$

och den har en pol i  $s = -(1 + K)/2$ . Till exempel ger  $F_{FC}(s) = K = 6$  en pol i  $s = -3.5$  och därmed en inre reglerkrets som är klart snabbare än den yttre. Stegsvaret för det slutna systemet med denna P-regulator i den inre loopen och det med en ideal inre loop visas i figur 11.3 och som man kan se där är det inte någon större skillnad mellan de båda systemen.

- (c) Variationer i gstrycket kan kaskadregulatorn kompensera för innan de har hunnit påverka temperaturen särskilt mycket och i detta fall tjänar man





**Figur 11.3:** Stegsvär för det slutna systemet med en ideal inre loop (heldragen) och det med en P-regulator med  $K = 6$  i den inre loopen (streckad) i uppgift 11.3.

alltså på att mäta och återkoppla  $f$ . Variationer i vattenflödet har ingen effekt på  $f$  och därför är det inte någon fördel att använda kaskadreglering för att kompensera för dessa.

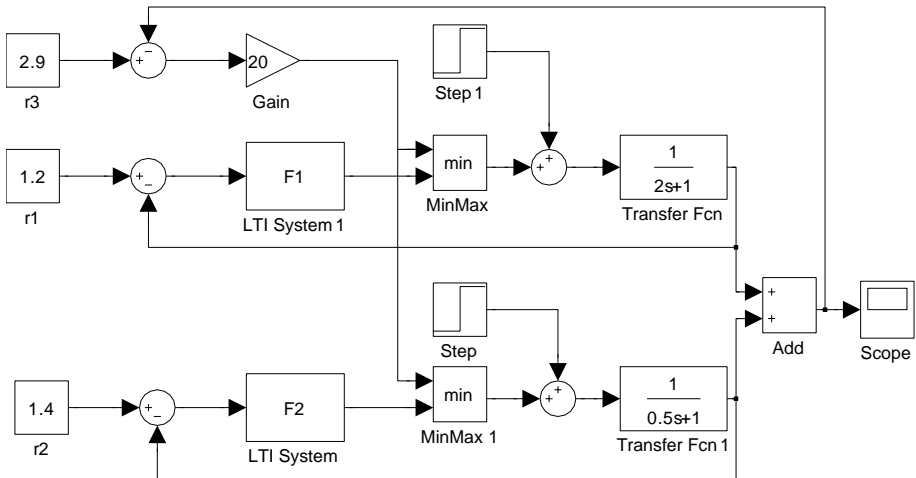
## 11.4

(a)

$$F_1(s) = 1 + \frac{1}{2s}, \quad F_2(s) = 1 + \frac{1}{0.5s}$$

(b) Ett simulinkschema för reglering med väljare visas i figur 11.4.

(c) Simulering visar att  $y_1(t) + y_2(t)$  hela tiden är mindre än 3, vilket inte är fallet om man utelämnar P-regulatorn och väljarblocken.



**Figur 11.4:** Simulinkschema till uppgift 11.4.