Lösningar till tentamen i Industriell reglerteknik TSRT07

Tentamensdatum: 2022-08-26

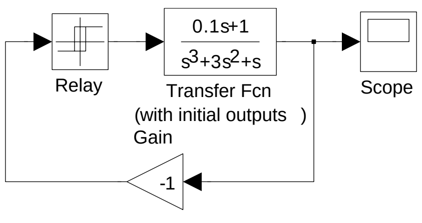
Martin Enqvist

1. (a) Genom att rita upp det tidskontinuerliga och det tidsdiskreta systemens nyquistkurvor kan man beräkna amplitudmarginalerna för de båda systemen. Det visar sig att det tidskontinuerliga systemet har en oändlig amplitudmarginal, det vill säga att man kan välja en godtyckligt stor förstärkning i P-regulatorn utan att få instabilitet. Med en samplande P-regulator måste man välja förstärkningen mindre än 9.36. Matlab-kod:

```
G=tf([0.1 2],[1 3 1]);
Gd=c2d(G,0.6);
figure(1)
nyquist(G)
figure(2)
nyquist(Gd)
```

(b) Låt referenssignalerna ha beteckningarna $r_{f,1}$ för gasflöde 1, $r_{f,2}$ för gasflöde 2, $r_{c,1}$ för koncentrationen av gas 1, k_c för kvoten mellan gaskoncentration 2 och 1, r_p för trycket och r_T för temperaturen. Variationerna i gasflödena kan minskas genom att man lägger till flödesregulatorer som påverkar styrsignalerna u_1 respektive u_2. Regulatorerna använder mätsignalerna f_1 respektive f_2 samt referenssignalerna $r_{f,1}$ respektive $r_{f,2}$. Variationerna i gaskoncentrationerna kan minskas genom att låta flödeslooparna vara de inre looparna i två kaskadregulatorer. De yttre regulatorerna i dessa kaskadkopplingar påverkar styrsignalerna $r_{f,1}$ respektive $r_{f,2}$ (som ju är referenssignaler till de inre regulatorerna) baserat på mätsignalerna c_1 respektive c_2 och referenssignalerna $r_{c,1}$ respektive $k_c r_{c,1}$. Valet av referenssignal för gaskoncentration 2 gör att man får en kvotreglering. Vidare skulle man kunna tänka sig att låta $r_{c,1}$ vara styrsignalen från en yttre tryckregleringsloop där regulatorn har mätsignalen p och referenssignalen r_p. På så sätt får man även en minskning av tryckvariationerna i behållaren. Temperaturen kan regleras med en regulator med styrsignal u_3, mätsignal T och referenssignal r_T. Eftersom temperaturen kommer att påverkas av trycket i behållaren kan man lägga till en framkoppling från denna mätsignal i temperaturregulatorn. Man kan även tänka sig andra framkopplingar från gasflödena och koncentrationerna. De olika regulatorerna kommer, om de är väl inställda, att göra att avvikelserna i tryck, temperatur och koncentrationsförhållande minskar och att det därför bildas färre skadliga biprodukter. Genom att se till att man inte har ett för högt tryck eller för hög temperatur kan man även spara energi. (Det finns många rätta svar på denna uppgift och för full poäng krävs att man har beskrivit en rimlig kombination av två regulatorstrukturer samt nämnt en miljövinst.)

2. (a) Ett simulinkschema som kan användas för att simulera ett självsvängningsförsök med relä visas i figur 1.



Figur 1: Simulinkschema till uppgift 2(a).

Genom att välja reläets amplitud till $a = 0.33$ får man utsignalens amplitud att bli 0.1. Självsvängningarnas periodtid blir $T_u = 5.4\,\text{s}$ och den kritiska förstärkningen blir

$$K_u = \frac{4a}{C\pi} = \frac{4 \cdot 0.33}{0.1\pi} \approx 4.2.$$

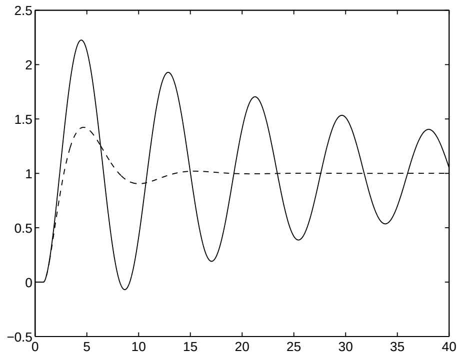
Detta ger regulatorparametrarna

$$K = 1.5, \quad T_i = 4.1 \quad \text{och} \quad T_d = 1.0.$$

(b) Om PID-regulatorn från uppgift 2(a) används direkt på systemet med en tidsfördröjning får man ett mycket dåligt dämpat slutet system. Om man istället använder en smithprediktor som är baserad på PID-regulatorn får man, så när som på en oundviklig dödtid, samma utseende på stegsvaret som då man saknar tidsfördröjning i systemet. Stegsvaren för de slutna systemen visas i figur 2. Smithprediktorns överföringsfunktion är

$$F_{smith}(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)G(s)(1 - e^{-0.8s})},$$

där $F(s)$ är PID-regulatorn från uppgift 2(a).



Figur 2: Stegsvar för det slutna systemet med PID-regulator (heldraget) och det med en smithprediktor (streckat) i uppgift 2(b).

Matlab-kod:

```
G=tf([0.1 1],[1 3 1 0]);
Tu=5.4
Ku=4*.33/(0.1*pi)
K=0.35*Ku;
Ti=0.76*Tu;
Td=0.19*Tu;
mu=0.1;
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
G=ss(G);
F=ss(F);
Gmod=ss(tf([0.1 1],[1 3 1 0],'InputDelay',.8));
Gc1=feedback(F*Gmod,1);
Fsmith=feedback(F,G-Gmod);
Gc2=feedback(Fsmith*Gmod,1);
step(Gc1,Gc2)
```

3. (a) Laplacetransformering ger sambandet $Y(s) = G(s)U(s)$, där

$$G(s) = \frac{2}{2s + 1}.$$

Den neutrala framkopplingen ges av överföringsfunktionerna

$$G_m(s) = \frac{1}{2s + 1}$$

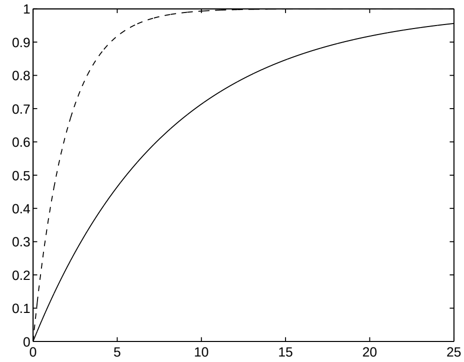
och $F_f(s) = G_m(s)/G(s) = 0.5$. Dessa båda överföringsfunktioner, samt PI-regulatorn

$$F(s) = 0.125\left(1 + \frac{1}{2s}\right),$$

definierar regulatorn. Stegsvaret för det slutna systemet med och utan framkoppling visas i figur 3.

Matlab-kod:

```
G=tf(2,[2 1]);
K=0.125;
Ti=2;
```



Figur 3: Stegsvar för det slutna systemet som fås utan (heldraget) och med neutral framkoppling (streckat) i uppgift 3(a).

```
F=K*tf([Ti 1],[Ti 0]);
Gc=feedback(F*G,1);
Gm=0.5*G;
Ff=0.5;
Gry=minreal((G*F*Gm+G*Ff)/(1+G*F));
step(Gc,Gry)
```

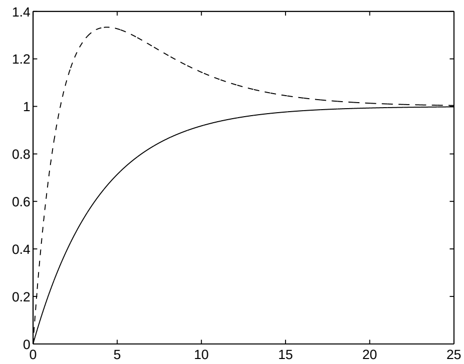
(b) I fall (i) är det sanna systemet

$$G_{0,a}(s) = \frac{4}{2s+1}$$

och i fall (ii) är det

$$G_{0,b}(s) = \frac{2}{4s+1}$$

Stegsvaren för de slutna systemen som man får i dessa fall visas i figur 4 och 5. Modellfelen påverkar stigtiden för det slutna systemet både med och utan framkoppling, men i framkopplingsfallet ger modellfelen även upphov till en översläng. I denna mening är framkopplingen därför mest känslig för modellfelen. Överslängen för det slutna systemet med framkoppling blir störst i fall (i) och likaså påverkas stigtiden för det slutna systemet utan framkoppling mest i detta fall. En felaktig statisk förstärkning påverkar alltså reglerprestandan mest.

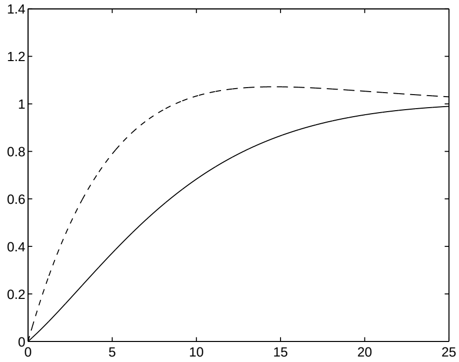


Figur 4: Stegsvar för det slutna systemet som fås utan (heldraget) och med neutral framkoppling (streckat) i fall (i) i uppgift 3(b).

Matlab-kod:

```
G0a=tf(4,[2 1]);
Gc0a=feedback(F*G0a,1);
Gry0a=minreal((G0a*F*Gm+G0a*Ff)/(1+G0a*F));
step(Gc0a,Gry0a)
G0b=tf(2,[4 1]);
Gc0b=feedback(F*G0b,1);
Gry0b=minreal((G0b*F*Gm+G0b*Ff)/(1+G0b*F));
step(Gc0b,Gry0b)
```

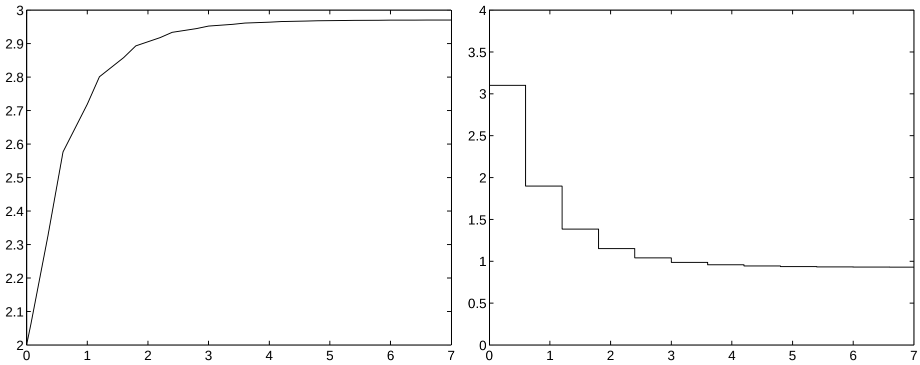
4. (a) För att åstadkomma referensföljningen måste man ändra en rad i `solvempcproblem.m` till



Figur 5: Stegsvar för det slutna systemet som fås utan (heldraget) och med neutral framkoppling (streckat) i fall (ii) i uppgift 3(b).

```
R=3*ones(N,1);
```

Ett slutet system med de önskade egenskaperna erhålles sedan om man till exempel väljer regulatorparametrarna $N = 30$, $Q_1 = 9.9$ och $Q_2 = 1$. Plottar som visar att det slutna systemet uppfyller de ställda kraven visas i figur 6.



(a) Den reglerade signalen $z(t)$.

(b) Insignalen $u(t)$.

Figur 6: Plottar som visar att designkraven i uppgift 4(a) är uppfyllda.

Matlab-kod:

```
A=[-1 0.1;1 -0.3];
B=[0.1; 0.4];
C=eye(2);
D=zeros(2,1);
Gsys=ss(A,B,C,D);
M=[2 1];
x0=[1 0]';
Ts=.6;
Gsysd=c2d(Gsys,Ts);
F=Gsysd.A;
G=Gsysd.B;
N=30;
Q1=9.9;
Q2=1;
ubounds=[-4 4];
```

(b) Man får ett nollskilt reglerfel eftersom man straffar styrsignalen i den målfunktion som man minimerar i den enklaste formen av MPC-reglering. Den optimala styrsignalen blir då en avvägning mellan att ha ett litet reglerfel och en liten styrsignal. Detta leder till ett nollskilt reglerfel utom för system som innehåller en ren integration. Ett sätt att lösa problemet är att införa I-verkan i MPC-regulatorn genom att straffa ändringar i styrsignalen istället för dess amplitud.

5. (a) P-reglering ger det slutna systemet

$$G_c(s) = \frac{bK}{s + bK} = \frac{1}{\frac{s}{bK} + 1}$$

och en jämförelse med det önskade slutna systemet ger inställningsregeln

$$K = \frac{1}{bT_a}.$$

(b) PI-reglering ger det slutna systemet

$$G_c(s) = \frac{T_i s + 1}{T_i s^2/(bK) + T_i s + 1}$$

Det önskade slutna systemet har ett nollställe i $s = -\frac{1}{2T_a}$, vilket erhålles för $T_i = 2T_a$. Vidare gäller att polpolynomet blir det önskade om K väljs så att

$$\frac{T_i}{bK} = T_a^2,$$

det vill säga om $K = \frac{2}{bT_a}$. Inställningsregeln blir alltså

$$K = \frac{2}{bT_a} \quad \text{och} \quad T_i = 2T_a.$$

(c) Antag att $T_a > 0$ eftersom ett negativt T_a svarar mot ett instabilt slutet system. Överföringsfunktionen från en insignalstörning på ingången till $G(s)$ till utsignalen i det slutna systemet är

$$\frac{G(s)}{1 + G(s)F_{PI}(s)} = \frac{bs}{(s + \frac{1}{T_a})^2}.$$

Om insignalstörningen är ett enhetssteg blir utsignalens laplacetransform därför

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)F_{PI}(s)} \frac{1}{s} = \frac{b}{(s + \frac{1}{T_a})^2}$$

och inverstransformering ger att

$$y(t) = bte^{-t/T_a}.$$

Derivering ger vidare att

$$\dot{y}(t) = b\left(1 - \frac{t}{T_a}\right)e^{-t/T_a}$$

och det enda nollstället till detta uttyck är $t = T_a$. Antag att $b > 0$. Eftersom $\dot{y}(0) = b > 0$ och $\dot{y}(2T_a) = -be^{-2} < 0$ så följer det att $t = T_a$ ger ett maximum för $y(t)$ och vi har att det maximala värdet på utsignalen är $y(T_a) = bT_a e^{-1}$. (Om $b < 0$ så får man ett minimum vid $t = T_a$ och det maximala värdet på utsignalen är $y(0) = 0$. Fallet när $b > 0$ räcker dock för full poäng på uppgiften.)