Lösningar till tentamen i Industriell reglerteknik TSRT07

Tentamensdatum: 2022-06-09

Martin Enqvist

1. (a) En IMC-regulator med

$$Q(s) = \frac{s^2 + 4s + 1}{(s+1)(s+2)}$$

ger det önskade slutna systemet. Regulatorns överföringsfunktion blir

$$F(s) = \frac{Q(s)}{1 - Q(s)G(s)} = \frac{s^2 + 4s + 1}{s(s+2)}.$$

(b) Differensekvationen blir

$$y(kT_S) = 0.4066y(kT_S - T_S) + 0.5507u(kT_S - 2T_S) + 0.04276u(kT_S - 3T_S),$$

där $T_S = 0.9$. Matlab-kod:

```
G=tf(1,[1 1],'InputDelay',1);
Gd=c2d(G,.9)
```

(c) En smithprediktor innehåller en modell som simuleras när regulatorn är inkopplad och därför fungerar denna reglerstrategi bara för stabila system. Eftersom det aktuella systemet är instabilt är det inte möjligt att använda en smithprediktor.

(d) Ja, metoden med vilken man kan garantera stabilitet hos det slutna systemet genom att lägga till en straffterm i målfunktionen kan användas eftersom det aktuella öppna systemet är stabilt. (Det krävs även att $u = 0$ uppfyller styrsignalbegränsningarna och att det inte finns tillståndsbivillkor.) Det aktuella systemets poler kan beräknas med kommandot

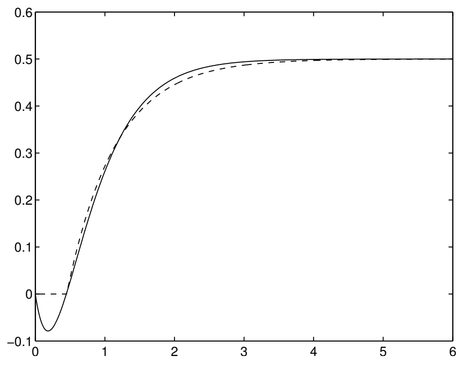
```
eig([0.5 0.5;0.2 0.5])
```

Polerna är 0.8162 och 0.1838 och eftersom båda polerna ligger innanför enhetscirkeln är systemet stabilt.

2. (a) Genom att rita upp stegsvaret för systemet kan man bestämma modellparametrarna L, K_p och T enligt följande principer.

   * Dödtiden L är den tid under vilken stegsvaret (ungefär) är lika med noll.
   * Den statiska förstärkningen K_p är det värde som stegsvaret närmar sig när tiden går mot oändligheten.
   * Tidskonstanten T väljs så att systemets och modellens stegsvar båda (ungefär) har värdet $0.63K_p$ vid tidpunkten $L + T$.

Systemets och modellens stegsvar visas i figur 1.



Figur 1: Stegsvaret för systemet (heldraget) och treparametermodellen (streckat) i uppgift 2(a).

Treparametermodellen blir

$$\hat{G}(s) = \frac{0.5}{0.7s + 1}e^{-0.45s},$$

vilket ger regulatorparametrararna $K = 1.75$ och $T_i = 0.7$. Matlab-kod:

```
G=tf([-1 3],[1 5 6]);
Kp=0.5;
L=0.45;
T=0.7;
Ghat=tf(Kp,[T 1],'InputDelay',L);
step(G,Ghat)
lambda=0.5;
K=T/(Kp*(lambda*T+L))
Ti=T
```

(b) $G_3(s)$ är det enda systemet som har en nyquistkurva som skär den negativa reella axeln och som därmed kan fås att självsvänga med hjälp av en P-regulator. Detta ger ihopparningen G_3–(ii). $G_2(s)$ är ett första ordningens system utan tidsfördröjning och kan beskrivas exakt av en treparametermodell och vi har alltså att G_2–(i). $G_1(s)$ innehåller en ren integration och har relativt gradtal 2 och kan därför approximeras relativt väl av en modell $\frac{b}{s}e^{-sL}$ där tidsfördröjningen L väljs som den tid under vilken systemets stegsvar är nära noll. Vi har alltså G_1–(iii).

3. (a) Den neutrala framkopplingen ges av överföringsfunktionerna

$$G_m(s) = \frac{1}{4s+1}e^{-s}$$

och $F_f(s) = G_m(s)/G(s) = 0.5$. Dessa båda överföringsfunktioner, samt $F(s)$, definierar regulatorn.

(b) Det relativa gradtalet, som är ett, och tidsfördröjningen, som också är ett, begränsar valet av referensmodell $G_m(s)$ och därmed den prestanda som man kan uppnå med en ideal framkoppling från referenssignalen. Kravet är att $F_f(s) = G_m(s)/G(s)$ ska vara en stabil, kausal och proper överföringsfunktion.

(c) Vid framkoppling från referenssignalen är det viktigare att man har en noggrann modell än vid återkoppling eftersom framkopplingstermen beräknas enbart utifrån referenssignalen och modellen. Vid återkoppling justeras däremot styrsignalen baserat på mätningarna av utsignalen och därmed blir en återkoppling inte lika känslig för modellfel.

(d) Med dessa val av regulatorparametrar får $F(s)$ komplexkonjugerade nollställen i $s = -0.24 \pm 0.24i$. $F(s)$ kan därför inte implementeras på serieform eftersom en sådan PID-regulator bara kan ha reella nollställen. Matlab-kod:

```
mu=0.1;
K=0.5;
Ti=4;
Td=2;
F=K*(tf([Ti 1],[Ti 0])+tf([Td 0],[mu*Td 1]));
zero(F)
```

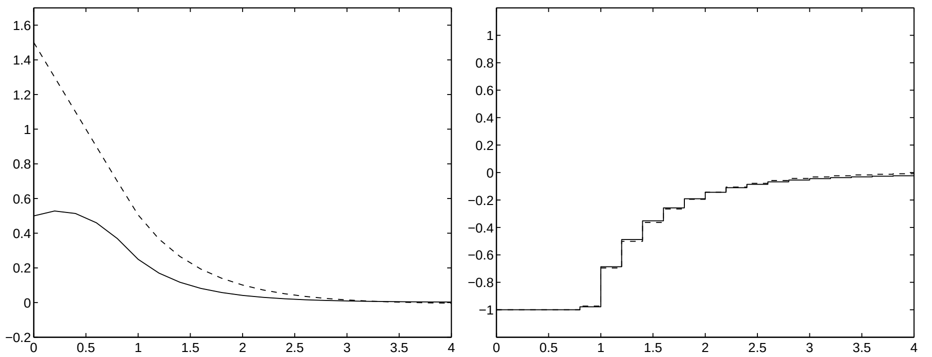
4. (a) Man kan till exempel välja regulatorparametrarna $N = 20$,

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 6.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.58 \end{pmatrix}$$

och $Q_2 = I$. Plottar som visar att det slutna systemet uppfyller de ställda kraven visas i figur 2.

Matlab-kod:

```
A=[-0.3 0.1 1;-0.1 -0.2 0; 0 0 0];
B=[1 0.2; 0.2 0;0 1];
C=eye(3);
D=zeros(3,2);
Gsys=ss(A,B,C,D);
M=eye(3);
x0=[0.5 1 1.5]';
Ts=.2;
Gsysd=c2d(Gsys,Ts);
F=Gsysd.A;
```



(a) Tillståndet x_1 (heldraget) och x_3 (streckat). (b) Insignalen u_1 (heldraget) och u_2 (streckat).

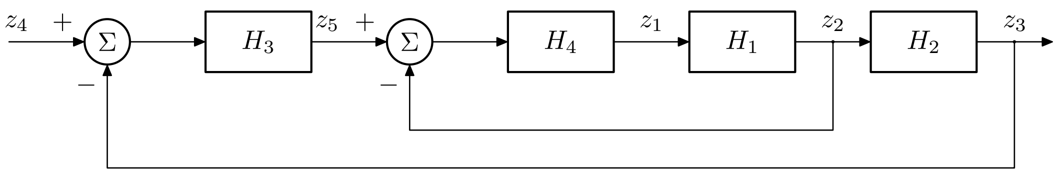
Figur 2: Plottar som visar att designkraven i uppgift 4(a) är uppfyllda.

```
G=Gsysd.B;
N=20;
Q1=diag([6.8 .1 0.58]);
Q2=diag([1 1]);
ubounds=[-1 1;-1 1];
```

(b) Genom att beräkna rangen hos styrbarhetsmatrisen kan man dra slutsatsen att systemet är styrbart när man bara kan använda u_2 men inte om man bara kan använda u_1. Om man har möjlighet att välja en styrsignal bör man alltså välja u_2. Matlab-kod:

```
rank(ctrb(A,B(:,1)))
rank(ctrb(A,B(:,2)))
```

5. (a) Följande blockschema beskriver det aktuella reglersystemet:



Detta är en kaskadregulator.

(b) Det ideala valet av framkoppling är enligt sid. 150-151 i kurskompendiet

$$F_f(p) = -\frac{G_2(p)}{G_1(p)} = \frac{-0.3p - 1}{4(p^2 + p + 0.25)}$$

eftersom

$$G_1(p) = \frac{4}{0.3p + 1}$$

och

$$G_2(p) = \frac{1}{p^2 + p + 0.25}$$

i detta fall. Utsignalen från det slutna systemet med och utan framkoppling visas i figur 3. Som synes eliminerar framkopplingen överslängen i stegsvaret och ger därmed en snabbare insvängning mot referensvärdet.

Att det totala bidraget till utsignalen blir noll med valet av framkoppling ovan beror på att framkopplingen gör att de två sista termerna i

$$y(t) = G_1(p)F_1(p)(r(t) - y(t)) + G_1(p)F_f(p)u_2(t) + G_2(p)u_2(t).$$

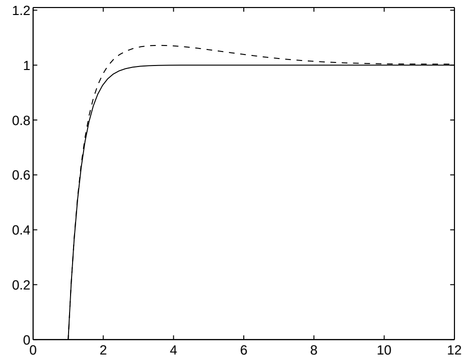
tar ut varandra. Reglerprestandan blir då precis som om $F_1(p)$ var den enda regulatorn.

(c) Blockshemat för en mitthållningsregulator utan intern framkoppling ger att

$$Y = G_1F_1(R - Y) + G_2F_2(R_u - F_1(R - Y))$$

och eftersom $R_u = 0$ här får vi att

$$Y = \frac{G_1F_1 - G_2F_2F_1}{1 + G_1F_1 - G_2F_2F_1}R$$



Figur 3: Utsignalen från det slutna systemet utan (streckad) och med framkoppling (heldragen) i uppgift 5(b).

Reglerfelet blir därför

$$E = R - Y = \frac{1}{1 + G_1F_1 - G_2F_2F_1}R$$

och om F_1 och F_2 väljs så att det slutna systemet är stabilt så ger slutvärdesteoremet att

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{1}{1 + G_1(s)F_1(s) - G_2(s)F_2(s)F_1(s)}$$

när referenssignalen är ett enhetssteg, $R(s) = \frac{1}{s}$. Eftersom $G_1(0) = G_2(0) = 4$ så ser vi att det statiska reglerfelet blir

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \frac{1}{1 + 4F_1(0) - 4F_2(0)F_1(0)} \neq 0$$

om varken F_1 eller F_2 innehåller en I-del. Om F_2 innehåller en I-del eller om F_1 gör det samt $F_2(0) \neq 1$ så kommer däremot detta gränsvärde att bli noll.

Sammanfattningsvis blir alltså det statiska reglerfelet nollskilt om båda regulatorerna är P-regulatorer eller om $F_2(s) = 1$ och F_1 är en PI-regulator. I övriga fall där en eller båda regulatorerna innehåller en I-del kommer det statiska reglerfelet att bli noll. En förutsättning är dock att regulatorerna väljs så att det slutna systemet är stabilt.