

Genomförande

- Inlämningsuppgift genomförs i grupper om 2-3 studenter.
- En typiskt rapport innehåller kort problembeskrivning, teori och räkningar, simuleringar och jämförelser, och slutsatser. Vi tipsar om att lära sig Latex inför examensarbetet. Det är numera oerhört smidigt att komma igång med hjälp av on-line verktyg som overleaf.com.
- Rapport lämnas in via inlämningsfunktionen på Lisam.
- På sista föreläsningen kommer projektresultat att presenteras snabbt (typ 2-3 minuter). Det är inte säkert att alla grupper presenterar, men alla skall vara beredda på detta.

Tips (läs!)

- Diskutera med examinator på ett tidigt stadie och löpande så att ni vet att ni är på rätt väg.
- Om du ritar Nyquistdiagram, tänk på hur kurvan faktiskt rör sig då ω varierar (Pilens riktning i MATLAB går i motsatt håll jämfört med definition i boken!, när är $w = 0$ resp $\omega = \pm\infty$?. För system med pol i origo så måste man dessutom lista ut hur de två asymptotiska bitarna kopplas ihop via analys som i exemplet i grundkursboken).
- Öka precisionen vid ritning av Nyquistdiagram. Standardinställningen i MATLAB är typiskt lite för grov vilket leder till kantiga kurvor som ger dålig precision vid koll av skärning.
- Analys med beskrivande funktion antar att alla externa signaler är noll. Dock så måste man naturligtvis något sätta igång någon sorts rörelse i systemet för att kunna excitera oscillationer eller instabilitet. Ett enkelt sätt är att man har en extern konstant referenssignal som är nollskild under några initiala sekunder för att sparka igång systemet, och sedan stängs den av. Detta kan göras med `step`-blocket. I en del av projekten så kommer storleken på denna spark (eller mer exakt den signalamplitud på systemets signaler som denna excitation ger upphov till) att påverka huruvida oscillationer eller instabilitet sedan uppstår. Alternativt, använd initialtillstånd och konvertera till tillståndsmodell i LTI-block.
- I Simulink bör man ställa in lösningsalgoritmen för noggrannare lösningar (simuleringar ser kantiga ut annars, ger dålig tidsupplösning och fel analys). Lösaren `ode23s` och specificerad max samplingstid på t.ex 0.001 brukar vara bra. Detta görs under model configuration.
- `findpeaks` är mycket användbart i en del av projekten.
- När du analyserar signalamplituder med beskrivande funktion och jämför med simuleringar, tänk på vilken signal som analysen antagit har en amplitud C !

1 Olinjär friktion

Det finns en mängd olika modeller för friktion, och olinjäriteter kan förekomma i dessa på ett flertal sätt. Det kan t.ex handla om statisk friktion som motverkar initial rörelse, icke-linjärt växande friktion (liknande luftmotstånd som växer kvadratisk med hastigheten), eller effekter som tvärtom gör att friktionen minskar vid högre relativa hastigheter.

I den här uppgiften skall vi arbeta med vinkelreglering av en robotarm där motorarmen påverkas av en friktionskraft $f(v)$ som är styckvist affin i rotationshastigheten v , med högre friktionskoefficient i högre hastigheter.

$$f(v) = \begin{cases} 0.5v & |v| \leq 1 \\ 1.5v - 1 & v \geq 1 \\ 1.5v + 1 & v \leq -1 \end{cases}$$

Detta kan man skriva med hjälp av en mättning $\phi(v)$ (kontrollera och rita!)

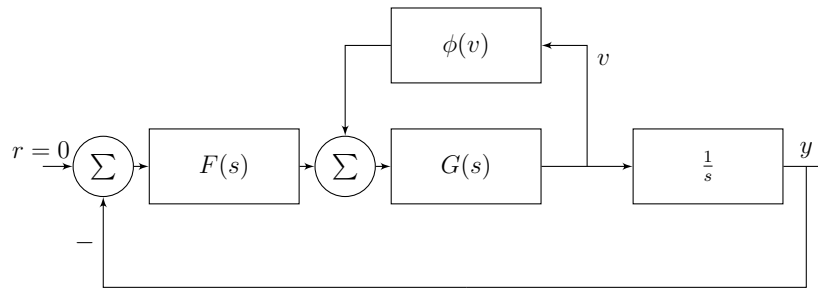
$$f(v) = 1.5v - \phi(v)$$

Den linjära termen $1.5v$ i friktionsmodellen kan bakas in i en linjär modell av robotarmen.

Notera att den fiktiva mättningsolinjäriteten gör att friktionen minskar relativt den linjära modellen (men att denna effekt reduceras vid högre hastigheter), vilket gör att olinjäriteten i vår notation är ett positivt bidrag i pålagt moment, vilket kan verka ofysikaliskt, men det är alltså bara en matematisk omformulering för att få en standardkomponent i loopen. Vi skulle kunna ta fram en beskrivande funktion för vår olinjära friktionsmoment, men det är smidigare att återanvända färdiga komponentmodeller

Med reglering av vinkel y med en lågpassfiltrerad PD-regulator $F(s)$ och en linjär modellen $G(s)$ som beskriver robotarmens hastighet givet pålagt moment så har vi

$$F(s) = 10 + \frac{0.1s}{0.1s + 1}, \quad G(s) = \frac{-s + 20}{s^2 + 18.5s + 30}$$



- Börja med att analysera stabilitet för linjära versioner av roboten där du tar bort den olinjära mättningskomponenten (som modellerar olinjär friktion) och använder $G(s) = \frac{-s+20}{s^2+18.5s+30}$ (motsvarar linjär friktion med friktionskoefficient 1.5) samt $G(s) = \frac{-s+20}{s^2+19.5s+10}$ (motsvarar friktionskoefficient 0.5). Glöm inte integralen från vinkelhastighet till vinkel! Är resultatet rimligt i termer av vilken effekt en kraftigare friktion skulle kunna tänkas ha?
- Gör om systembeskrivningen så att våra resultat på stabilitetsanalys med beskrivande funktion kan användas. Vår teori baseras alltid på att vi har en återkopplingsloop med en olinjär respektive linjär komponent

$$\begin{aligned} w &= \phi(v) \\ v &= -\tilde{G}(s)w \end{aligned}$$

Var noggrann med tecken i din definition av $\tilde{G}(s)$!

- Analysera systemet m.a.p stabilitet och oscillationer, och jämför teoretiskt erhållna resultat med simuleringar.
- Kan du förbättra regleringen, och motivera den förbättringen baserat på din teoretiska analys?

2 Integratoruppvridding (I)

I kursen behandlas ett antal olika typer av olinjäriteter som är mer eller mindre vanligt förekommande i reglersystem. En olinjäritet som dock alltid förekommer är *mättning*, då styrsignalen av fysikaliska skäl alltid är begränsad. Styrsignalbegränsning i kombination med en regulator med integralverkan kan i ogynnsamma fall ge upphov till försämrad prestanda hos reglersystemet och i sämsta fall instabilitet. Målet med denna uppgift är att, med utgångspunkt från ett exempel, illustrera och analysera detta fenomen med hjälp av beskrivande funktion och simulering.

Systemet

$$G(s) = \frac{5s + 1}{s(10s + 1)}$$

skall styras med en PI-regulator på formen

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$$

där $K_P = 1$.

- Antag inledningsvis att det ej finns några begränsningar på styrsignalen, d.v.s systemet är linjärt. Visa med lämplig teori att det återkopplade systemet är asymptotiskt stabilt för alla $K_I > 0$.
- Antag nu att den styrsignal som kan appliceras på systemet är begränsad

$$-u_{lim} \leq u(t) \leq u_{lim}$$

Tag fram den beskrivande funktionen (finns ett liknande exempel i övningshäftet)

- Använd den framtagna beskrivande funktionen för att avgöra om det återkopplade systemet kan förväntas bli instabilt för något val av K_I och jämför med simuleringar av det återkopplade systemet.
- Vilken roll spelar värdet på u_{lim} och storleken på initiala signalamplituder (t.ex steg som sparkar igång, signalstorlekar då steget stängs av) för stabiliteten enligt simuleringar, och verkar det konsistent med teori?

3 Integratoruppvidning (II)

I följande uppgift tittar vi på hur integratoruppvidning kan hanteras med hjälp av en utvidgad PI-regulator. Om vi låter den mättade styrsignalen kallas $w(t) = f(u(t))$ där f är mätningen och $u(t)$ är den signal som vår regulator genererat, så ändrar man regulatorn så att man börjar bromsa tillväxten av integraldelen då mätning sker, s.k tracking.

$$u(t) = K_P e(t) + \int_0^t (K_I e(\tau) - K_B(u(\tau) - w(\tau))) d\tau$$

Vi antar att $K_P = 1$, $K_I = 1.25$, styrsignalen mättar vid ± 1 samt

$$G(s) = \frac{2.5s + 0.5}{s(s^2 + 10s + 1)}$$

- Antag inledningsvis att det ej finns några begränsningar på styrsignalen, d.v.s systemet är linjärt. Visa och illustrera att det återkopplade systemet är asymptotiskt stabilt.
- Beskriv uppställningen i ett blockschema och gör om systembeskrivningen så att våra resultat på stabilitetsanalys med beskrivande funktion kan användas. Vår teori baseras alltid på att vi har en återkopplingsloop med en olinjär respektive linjär komponent,

$$\begin{aligned} w &= f(v) \\ v &= -\tilde{G}(s)w \end{aligned}$$

Var noggrann med tecken i din definition av $\tilde{G}(s)$!

- Analysera det återkopplade systemets stabilitet med respektive utan tracking då vi har mätning, och studera både teoretiskt och via simulering hur $K_B (\geq 0)$ påverkar stabilitet och tänkbart oscillativt beteende. En del av analysen m.a.p K_B kan enbart göras numeriskt och grafiskt då $\tilde{G}(s)$ får ett komplicerat beroende på K_B .

4 Hastighetsbegränsning

I vissa tillämpningar är inte enbart begränsningar i signalers amplitud betydelsefulla utan även begränsningar i signalers derivata. Ett exempel på detta är hastighetsbegränsningar i ställdon, bl a roder hos olika typer av farkoster (orsaken till den spektakulära JAS 39 Gripen krashen 1993!)

Uppförandet hos en hastighetsbegränsning är annorlunda jämfört med de olinjäriteter vi studerat tidigare då dess förstärkning beror av både amplitud och frekvens hos insignalen. Om vi betraktar signalen

$$e(t) = C \sin \omega t$$

så vet vi ju att signalens derivata är $\dot{e}(t) = C\omega \cos \omega t$, dvs derivatans storleken beror av både C och ω . Det blir något mera komplicerat att beräkna den beskrivande funktionen analytiskt i detta fall, och en alternativ väg är att bestämma den experimentellt.

- Använd blocket **Rate Limiter** i Simulink tillsammans med andra lämpliga block (**Signal Generator**, mm) och bestäm approximativt den beskrivande funktionen för en hastighetsbegränsning. Välj ett fixt värde på derivatans max-värde (i blocket **Rate Limiter** benämns dessa **Rising slew rate** och **Falling slew rate**) och studera enbart inverkan av amplitud och frekvens. Välj ett antal frekvenser och variera sedan amplituden.
- Använd den numeriskt framtagna beskrivande funktionen för att analysera beteendet då systemet

$$G(s) = \frac{15}{(s+1)^2}$$

återkopplas med en P-regulator $F(s) = 1$ och det finns en hastighetsbegränsning på styrsignalen, och jämför teoretiska prediktioner med simuleringsresultat.

- Modifiera $F(s)$ på ett sådant sätt att svängningarna försvinner (men gör inte slutna systemet mycket långsammare). Naturligtvis skall förändringen motiveras från er teori om beskrivande funktioner.

5 Farliga ingenjörshack på D-delen

Här analyserar vad som kan gå fel om man på ett ogenomtänkt sätt försöker lösa ett litet praktiskt problem med derivatadelen i en PD-regulator. En ingenjör har märkt att ett återkopplat system beter sig lite nervöst då mätsignalen innehåller brus. I syfte att minska denna effekt har vår ingenjör bytt ut en standard PD-regulator till en variant som först låter signalen gå genom en dödzon innan derivering. På så sätt är det tänkt att allt småbrus ska försvinna. Proportionaldelen används som vanligt direkt på mätsignalen. Vi har således

$$u(t) = K_P e(t) + K_D \frac{d}{dt} \phi_D(e(t))$$

där $\phi_D(\cdot)$ antas vara en dödzon i ± 1 . Det visar sig att den olinjära analysen blir enklare om man skriver detta i termer av en mätning istället. Med $\phi_D(e(t)) = e - \phi_M(e(t))$ där $\phi_M(e(t))$ är en standard mätning ± 1 får vi

$$u(t) = K_P e(t) + K_D \frac{d}{dt} (e(t) - \phi_M(e(t)))$$

Inledningsvis tänker vi oss att vi använder $K_P = 6$ och $K_D = 3$, och systemet som regleras ges av

$$G(s) = \frac{2}{0.1s^3 + s^2 + s + 1}$$

- Antag inledningsvis att det ej används någon dödzon. Visa att det krävs $K_D > 0$ för stabilitet.
- Beskriv uppställningen i ett blockschema och gör sedan om systembeskrivningen så att våra resultat på stabilitetsanalys med beskrivande funktion kan användas. Vår teori baseras alltid på att vi har en återkopplingsloop med en olinjär respektive linjär komponent,

$$\begin{aligned} w &= f(v) \\ v &= -\tilde{G}(s)w \end{aligned}$$

Var noggrann med tecken i din definition av $\tilde{G}(s)$!

- Analysera det återkopplade systemets stabilitet med dödzon. Kan oscillationer förväntas teoretiskt, och hur väl stämmer de med praktiska

observationer. Vad säger teori om möjligheten att förbättra resultatet genom justering av K_D ? Vad kan göras via justering av K_P ? En del av nyquistanalysen etc m.a.p regulatorparametrar kan enbart göras numeriskt och grafiskt då $\tilde{G}(s)$ får ett komplicerat beroende på dessa.

6 Olinjär populationsdynamik

En vanlig modellstruktur för att beskriva olinjära oscillationsfenomen inom många domäner är följande differentialekvation

$$\ddot{y}(t) - \mu(1 - y(t)^2)\dot{y}(t) + \alpha y(t) = u(t)$$

Denna differentialekvation och generaliseringar har tillämpningar inom t.ex rovdjur-bytesdjursdynamik, olinjära elektriska kretsar, kroppens dygnsrytm, hjärtfrekvens, kaosystem, och många andra områden där oscillationer med olinjära fenomen uppträder.

Den här uppgiften går ut på att analysera dynamiken med generaliseringar av det vi gjort med beskrivande funktioner.

- Börja med att ställa upp en tillståndsmodell och simulera denna i Simulink för att få en känsla för dynamiken. Börja med $\mu = 1, \alpha = 1$ och testa sedan andra värden. Använd $u(t) = 0$, men du måste starta upp systemet vilket antingen kan göras med insignal i början, eller genom att sätta begynnelsevärden i de integratorer du har för tillstånden.
- Skriv differentialekvationen som en tänkt återkoppling av linjär och olinjär dynamik, dvs se det som ett system med linjär dynamik som drivs av en signal som innehåller olinjära termer (inte nödvändigtvis i den enkla statiska form som vi arbetat med)
- Tag fram en beskrivande funktion för din olinjära komponent. Tips: Räkna ut analytiskt vad utsignalen från olinjäriteten blir då du ansätter som vi brukar göra, och använd sedan trigonometriska regler, och kom ihåg att vi bara behåller lägre harmonier samt att cosinus bara är en fasförskjutning bort från en sinus. Alternativt, kan du se din olinjäritet som en derivering av något olinjärt...
- Gör analys så långt som möjligt, och jämför med simuleringsresultat. Börja med specialfallet $\mu = 1$ och $\alpha = 1$ och försök sedan generalisera så långt det går.

7 Identifiering av olinjäritet

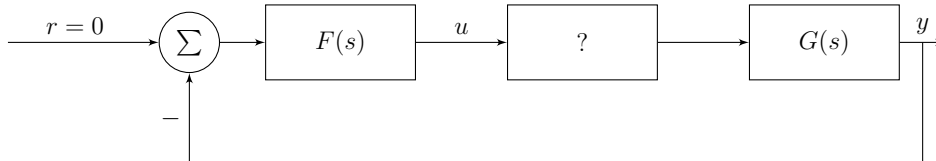
En vanlig situation är att man har en ganska god modell av de grundläggande dynamiska förloppen i ett system, och att dessa beskrivs väl av en linjär modell, men att man har statistiska olinjäriteter som man inte har riktigt lika god kännedom om.

I denna uppgift tänker vi oss att vi har ett litet autonomt fordon vars dynamik från hjulmoment till position är välkänt och ges av

$$G(s) = \frac{25}{0.2s^2 + s} \quad (1)$$

Elmotorn som genererar momenten på hjulen är dock av ganska låg kvalitet och kan tänkas innehålla, t.ex, död-zoner, glapp, reläeffekter, mättningar etc.

Vi har tillgång till mätningar av utsignalen $y(t)$ och styrsignalen som regulatorn genererar, men kan ej mäta momentet som appliceras, dvs signalen mellan den okända olinjäriteten och $G(s)$ i figuren nedan. Vidare har vi möjlighet att välja regulator. Målet är att lista ut vad för typ av olinjäritet som finns i systemet, och denna olinjäritets parametrar.



- Börja med att argumentera för att systemet faktiskt innehåller en olinjäritet (baserat på observationer från simuleringar)
- Ta genom simuleringar fram en numerisk approximation av olinjäritetens beskrivande function, och därigenom ett förslag på olinjäritet.

8 Seriekopplade olinjäriteter

I kursen studeras hur metoden med beskrivande funktion kan användas för att analysera återkopplade system som innehåller en statisk olinjäritet. I denna uppgift är målet att analysera ett reglersystem som innehåller två olinjäriteter. Situationen som skall studeras illustreras i figuren nedan. Reglersystemet innehåller ett linjärt system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{200}{s(s+1)(s+10)}$$

På ingången sitter en mättning med $u_{max} = 1$ och $u_{min} = -1$. I återkopplingen sitter en dödzon på mätutrustningen vars utsignal är noll då insignalen ligger i intervallet $[-D, D]$. Utanför dödزونen är lutningen 1.

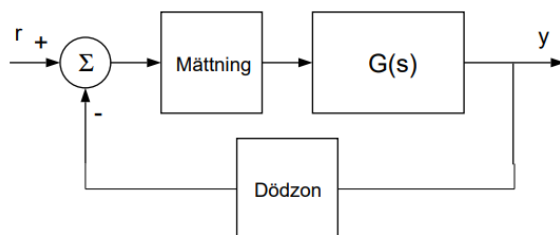
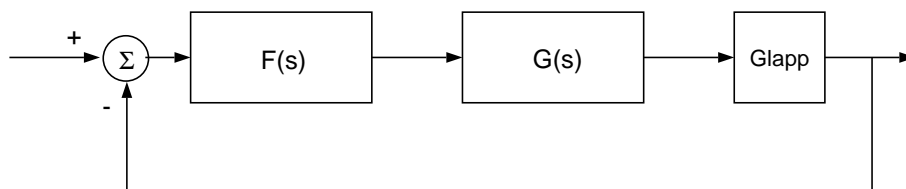


Figure 1: Reglersystem med två olinjäriteter

- Analysera stabiliteten hos reglersystemet, dels med simulering och dels med teori, i följande fall:
 - Helt linjärt system, d v s utan mättning eller dödzon.
 - Med mättning, men utan dödzon.
 - Med dödzon, men utan mättning.
- Studera så fallet att både mättningen och dödزونen finns med. Tag fram en beskrivande funktion för den kombinerade olinjäriteten. Jämför kvalitativt hur simuleringar och analys med den beskrivande funktionen överensstämmer.

9 Glapp

System för rörelsestyrning besvärar ibland av glapp i kuggväxlar, vilket kan ge upphov till såväl svängningsproblem som försämrade prestanda. I denna uppgift skall detta problem studeras närmare, och situationen beskrivs av figuren nedan.



Reglersystemet består av en elektrisk motor med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{50}{s(0.25s + 1)}$$

en regulator med överföringsfunktionen $F(s)$ samt en växel innehållande ett glapp. Vi antar att vinkelläget mäts efter glappet.

- Simulera reglersystemet då $F(s) = 0.5$ och glappets bredd är $D = 0.1$ med lutning 1 vilket betyder $H = 0.1$ (notation enligt bok). Stämmer simuleringsresultatet med vad man får med hjälp av beskrivande funktion? Var vaksam på att man i simulink anger totala glappbredden vilket är $2D$!
- Modifiera regulatorn $F(s)$ på ett sådant sätt att svängningarna försvinner (men gör inte slutna systemet mycket långsammare). Naturligtvis skall förändringen motiveras från er teori om beskrivande funktioner.
- Antag nu att man istället mäter vinkelläget före glappet. Hur påverkar detta reglersystemets stabilitet och precision? Undersök detta för fallet att $F(s) = 0.5$.

10 Kvantiserade insignaler

I en del tillämpningar kan man inte justera styrsignalen kontinuerligt, utan bara välja insignal från några diskreta nivåer. Det kan handla om det enklaste fallet att man bara har ett relä, men det kan vara mer generellt att man kan slå på och av olika motorer i vissa kombinationer. Ett aktivt forskningsområde där detta uppkommer är digital hydraulik, där man bara kan öppna och stänga portar helt i olika kombinationer. Ett liknande problem är kvantiserade mätningar från sensorer, t.ex en sensor som bara kan avgöra om det är ljust eller mörkt.

Vi ska nu anta att man har en kvantisering $f(u(t))$ av insignalen i följande form (med motsvarande kvantisering för negativa värden)

$$\begin{cases} f(u(t)) = 0 & 0 \leq u(t) < (0 + 1)/2 \\ f(u(t)) = 1 & (0 + 1)/2 \leq u(t) < (1 + 2)/2 \\ f(u(t)) = 2 & (1 + 2)/2 \leq u(t) < (2 + 4)/2 \\ f(u(t)) = 4 & (2 + 4)/2 \leq u(t) < (4 + 8)/2 \\ f(u(t)) = 8 & (4 + 8)/2 \leq u(t) < (8 + 16)/2 \\ f(u(t)) = 16 & (8 + 16)/2 \leq u(t) \end{cases}$$

Bakgrunden till denna form är att man vill ha lite högre noggrannhet för små värden, men sen tänker sig att det inte är så viktigt med precisionen för större signalnivåer. Antag nu att denna kvantisering av insignal används i ett system $G(s) = \frac{2.75}{(s+1)(s^2+s+1)}$. Den önskade styrsignalen beräknas med en P-regulator $u(t) = r(t) - y(t)$

- Visa att du kan skriva kvantiseringen med hjälp av en uppsättning relä med dödzoner.
- Tag fram en beskrivande funktion för din uppställning med reläfunktioner.
- Analysera det återkopplade systemet och prediktera vad som kan hända, och verifiera detta med simuleringar (när du implementerar kvantiseringsfunktionen för simulering är det enklast att göra det via en funktion, försök inte bygga upp kvantiseringen med Simulinks reläblock).

11 Filföljningssystem

Ni har blivit kontaktade av ett hemligt amerikanskt bilföretag (som vi kan kalla ASLET) som vill ha hjälp med att analysera sitt nya filföljningssystem. System av denna typen brukar kallas ALG-system (advanced lane guidance alt. adaptive lane guidance).

Systemet är helt inaktivt när bilen är tillräckligt nära mitten av sin fil, men då den vandrar iväg lateralt bort från mitten (både åt vänster och höger) och hamnar utanför ett tillåtet avstånd från mitten så går en regulator in mjukt och styr bilen mot den tillåtna regionen igen.

ASLET har enligt principen *try simple things first* valt att modellera dynamiken från hjulvinkel (som antas vara styrsignal) till lateral position med överföringsfunktionen $G(s) = \frac{v_x}{s^2}$ där v_x är bilens hastighet framåt. En enkel P-regulator med förstärkning 0.1 används för att styra tillbaka (notera att vi inte återkopplar avståndet till mittlinjen utan avståndet till den tillåtna regionen).

ASLET har i initiala simuleringar sett att systemet beter sig oerhört lustigt och opredikterbart, och förstår ingenting. Vi kan anta att $v_x = 25$ och att systemet är inställt för att tillåta en avvikelse på 1.5 meter åt varje håll från mittlinjen.

- Beskriv hela problemet på ett sätt så att du senare kan prediktera uppkomst av oscillationer och karakterisera dessa oscillationer.
- Simulera systemet och undersök vad det kan tänkas vara som ASLET menar när de säger att det beter sig underligt.
- Analysera problemet analytiskt, och visa att du teoretiskt kan prediktera ett beteende liknande det i simuleringarna. Resonera kring varför din prediktion blir bra i vissa fall och sämre i andra.
- *Keep it simple stupid* är ofta en bra strategi, men här är det kanske lite för enkelt. Av kursledningen får du en mer detaljerad dynamisk model för att beskriva bilens lateraldynamik. Jämför med ASLETs approximation och förklara varför den kanske inte är så lämplig.

12 Dödzenskompensering

Följande uppgift är en variant av seriekopplade olinjäriteter. Här tänker vi oss att de olinjära systemen inte är direkt efter varandra, utan att det finns lite dynamik mellan dessa.

Vi reglerar ett system som har en dödzon i en aktuator. För att kompensera för dödزونen försöker man göra inversen av denna på styrsignalen innan den skickas till aktuatoren. Problemet är att styrsignalen inte verkar direkt på komponenten med dödزونen, utan att det finns lite dynamik innan, givet av $A(s)$.

Dödزونen antas ha bredd $D = 1$ (enligt bokens definition) med linjär förstärkning 1. En invers dödزون kan implementeras i Simulink med den olinjära komponenten som heter *Coulumb friction*. Beskrivande funktion för en sådan, med offset D , ges av $1 + \frac{4D}{\pi C}$. Dynamiken i aktuatoren ges av $A(s) = \frac{1}{s^2+0.5s+1}$ och systemet regleras med en P-regulator $F(s) = 1$ och vi har $G(s) = \frac{1}{s(s+2)(s+3)}$

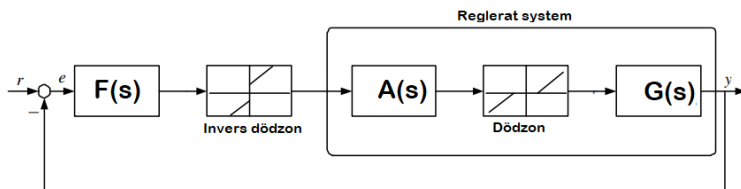


Figure 2: Reglersystem med (försök till) kompenserad dödزون

- Simulera uppställningen med respektive utan dödzenskompensering. Vad blir bättre respektive sämre när vi inför kompenseringen.
- Tag fram ett stabilitetskriterie baserat på beskrivande funktioner. Kom ihåg att se både linjära och olinjära komponenter som objekt som förstärker och färförskjuter, och använd samma ansats som i vår härledning av analys via beskrivande funktioner. Det kommer dock bli en fundamental skillnad jämfört med vår tidigare analys vilket ger lite lurigare analys...
- Jämför kvalitativt hur simuleringar och prediktioner baserade på er teori överensstämmer.