TENTAMEN I REGLERTEKNIK FORTSÄTTNINGSKURS M, TSRT06

TID: Onsdag 25 oktober 2023, klockan 8 - 12.

ANSVARIG LÄRARE: Johan Löfberg, tel 070-3113019

BESÖKER SALEN: 09:00, 11:00

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Läroboken Glad-Ljung: ”Reglerteknik, Grundläggande teori”, Läroboken Glad-Ljung, ”Reglerteori. Flervariabla och olinjära metoder”. Miniräknare. MATLAB i lärosalens dator.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:	betyg 3	23 poäng
	betyg 4	33 p
	betyg 5	43 p

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag. Bifoga utskrifter med kod och plottar

Lycka till!

1. (a) Betrakta det olinjära systemet

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= 1 - x_1(t) - x_2(t)\\ \dot{x}_2(t) &= -u(t)\sqrt{x_2(t)} + x_1(t)\end{aligned}$$

där $0 < x_2 < 1$.

Bestäm systemets stationära punkter för fallet $u(t) = u_0 = 3$. Linjärisera systemet i den stationära punkten och bedöm stabilitetsegenskaper (4p)

(b) Låt variabeln $y(t)$ representera vår förmögenhet, som vi valt att placera i madrassen, och låt oss anta att förmögenhetens storlek endast påverkas av inkomster, utgifter och inflation. En enkel modell för förmögenhetens utveckling blir då

$$\dot{y}(t) = -\alpha y(t) + u_1(t) - u_2(t)$$

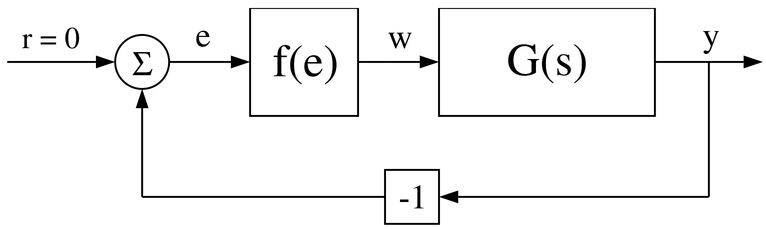
där α bestäms av inflationen, $u_1(t)$ och $u_2(t)$ betecknar inkomster respektive utgifter per tidsenhet. Vi antar att vi betraktar problemet runt en arbetspunkt så att $u_1(t)$ och $u_2(t)$ kan anta både positiva och negativa värden. Sätt $\alpha = 0.01$ och ange systemets överföringsfunktionsmatris. Bestäm också största och minsta singulära värdet för modellens överföringsfunktionsmatris vid $\omega = 0$ rad/s. Ge en tolking av begreppet riktning hos insignalvektorn i detta fall (4p)

(c) Verifiera att systemet

$$\dot{y}(t) = a(t)y(t) + u(t)$$

är linjärt. (2p)

2. Betrakta reglersystemet i figur 1.

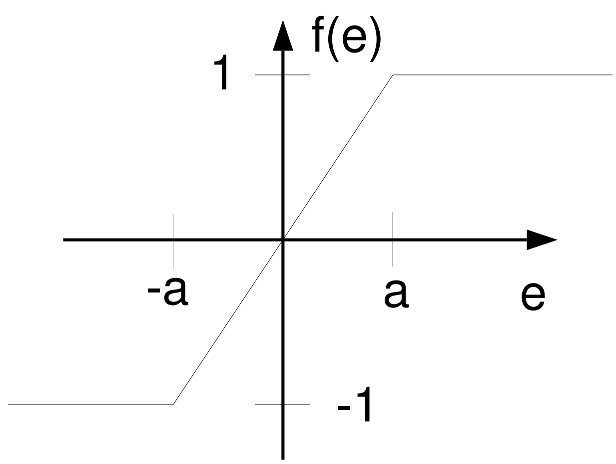


Figur 1: Reglersystem

Den linjära delen har överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{4}{s(s+2)^2}$$

medan den statiska olinjäriteten utgörs av en variant av en mättning enligt figuren nedan.



Figur 2: Mättning

Vilket villkor måste a uppfylla för att man skall kunna garantera stabilitet hos det återkopplade systemet med hjälp av cirkelkriteriet? (4p)

(b) Antag nu att vi vill analysera reglersystemet med hjälp av olinjäritetens beskrivande funktion, vilken ges av

$$Y_f(C) = \frac{2}{\pi \cdot a}\left(\arcsin\frac{a}{C} + \frac{a}{C}\sqrt{1-\frac{a^2}{C^2}}\right) \qquad C \geq a$$

och

$$Y_f(C) = 1/a \qquad 0 < C < a$$

För vilka värden på a indikerar den beskrivande funktionen att självsvängning ej inträffar? (4p)

(c) Antag nu att a har ett värde sådant att självsvängning kan förväntas inträffa. Vilken perodtid har självsvängningen i ett sådant fall? (2p)

3. Betrakta det flervariabla systemet

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+2} & \frac{2}{s+4} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+2} \end{pmatrix}$$

(a) Bestäm systemets poler och nollställen analytiskt (3p)

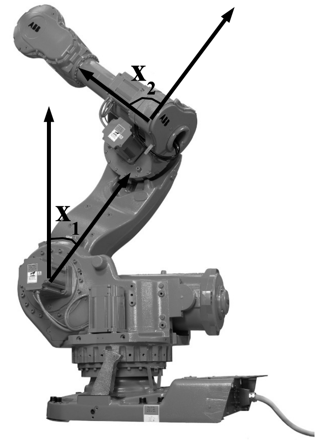
(b) Antag att man vill styra systemet med en diagonal regulator på formen

$$F(s) = \begin{pmatrix} 0 & K \\ K & 0 \end{pmatrix}$$

Beräkna det återkopplade systemets poler och statiska förstärkning för fallet $K = 5$. För full poäng måste du kommentera på huruvida MATLABs beräkning av poler ser rimlig ut. (4p)

(c) Föreslå och verifiera en justering av den nuvarande regulatorn, eller en ny regulator, som gör att du undviker statiska reglerfel vid konstanta referenssignaler (3p)

4. Betrakta roboten i figuren nedan.



På linjäriserad form kan roboten beskrivas med modellen

$$\dot{x}(t) \;=\; \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0.0171 & 0.0429 \\ 0 & 0 & 0.0429 & -0.1371 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.0171 & -0.0429 \\ -0.0429 & 0.1371 \end{pmatrix} u(t)$$

där tillstånden i modellen motsvaras av följande fysikaliska variabler

x_1	vinkel 1 enligt figuren
x_2	vinkel 2 enligt figuren
x_3	vinkelhastighet 1 ($\dot{x}_1$)
x_4	vinkelhastighet 2 ($\dot{x}_2$)

och

u_1	pålagt moment, motor 1
u_2	pålagt moment, motor 2

(a) Antag att alla tillstånd kan mätas. Målet är att stabilisera systemet samt att $\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$ skall följa en referenssignal $r(t) = \begin{pmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \end{pmatrix}$

utan reglerfel vid konstanta referenser. Bestäm med LQ-design en regulator på formen

$$u(t) = -Lx(t) + L_0 r(t)$$

sådan att då roboten startas i begynnelsetillståndet

$$x(0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

och referensen är noll så uppfylls

$|x_1| < 0.1$ efter 10 sekunder.
$|x_2| < 0.1$ efter 10 sekunder.
$|x_3| < 0.25$ hela tiden.
$|x_4| < 0.25$ hela tiden.

$|u_1| < 100$ hela tiden.
$|u_2| < 50$ hela tiden.

(5p)

(b) Beräkna öppna systemets (från moment till vinklar) RGA i frekvensen 0. **Ledning: För en skalär (oavsett reell eller komplex) α gäller att** $RGA(\alpha X) = RGA(X)$ (3p)

(c) Antag att vi har problem med att den första styrsignalen påverkas additativt av en störning $w(t)$. Vi vet att störningen har mycket energi upp till ungefär 1 rad/s, men att energiinnehållet sedan avtar i högre frekvenser. Utvidga systembeskrivningen så att detta modelleras på ett sätt som kan användas i ett Kalmanfilter. (2p)

5. (a) Ett system beskrivs av modellen

$$\dot{x}(t) = -x(t) + v_1(t)$$

$$y(t) = x(t) + v_2(t)$$

där v_1 respektive v_2 är vita signaler med intensiteterna $R_1 = 1$ respektive $R_2 = 1$. Antag att tillståndet skattas med ett kalmanfilter. Vad blir variansen hos skattningsfelet, d v s $E((x(t)-\hat{x}(t))^2$? (4p)

(b) Antag nu att vi får tillgång till ytterligare en sensor så mätsignalerna ges av den tidigare mätningen

$$y_1(t) = x(t) + v_{2,1}(t)$$

samt den nya

$$y_2(t) = x(t) + v_{2,2}(t)$$

där intensiteterna hos mätstörningen för den nya andra sensorn är ϵ, samt att de båda mätstörningarna är okorrelerade, d v s

$$E(v_{2,1}(t)v_{2,2}(t)) = 0$$

Antag att vi skattar tillståndet $x(t)$ med ett kalmanfilter med hjälp av mätsignalerna $y_1(t)$ och $y_2(t)$. Ange hur skattningsfelets varians beror av ϵ. För vilket värde på ϵ har variansen minskat till hälften jämfört med var som erhölls i a)? (6p)