TENTAMEN I REGLERTEKNIK
FORTSÄTTNINGSKURS M, TSRT06

TID: Torsdag 17 mars 2022, klockan 8 - 12.

ANSVARIG LÄRARE: Johan Löfberg, 070-3113019

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Läroboken Glad-Ljung: "Reglerteknik, Grundläggande teori", Läroboken Glad-Ljung, "Reglerteori. Flervariabla och olinjära metoder", Anteckningar i bok tillåtna, Utgivna formelsamlingar såsom Tefyma, Mathematics handbook, Beta handbook etc, räknare, Matlab, Simulink.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Anslås efter tentamen på kursens hemsida.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:	betyg 3	23 poäng
	betyg 4	33 p
	betyg 5	43 p

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

1. (a) Antag att vi har ett system som vi styr. Varför kan ett Kalmanfilter vara att föredra framför att bara lågpassfiltrera mätningar för att minska inverkan av mätbrus. (2p)

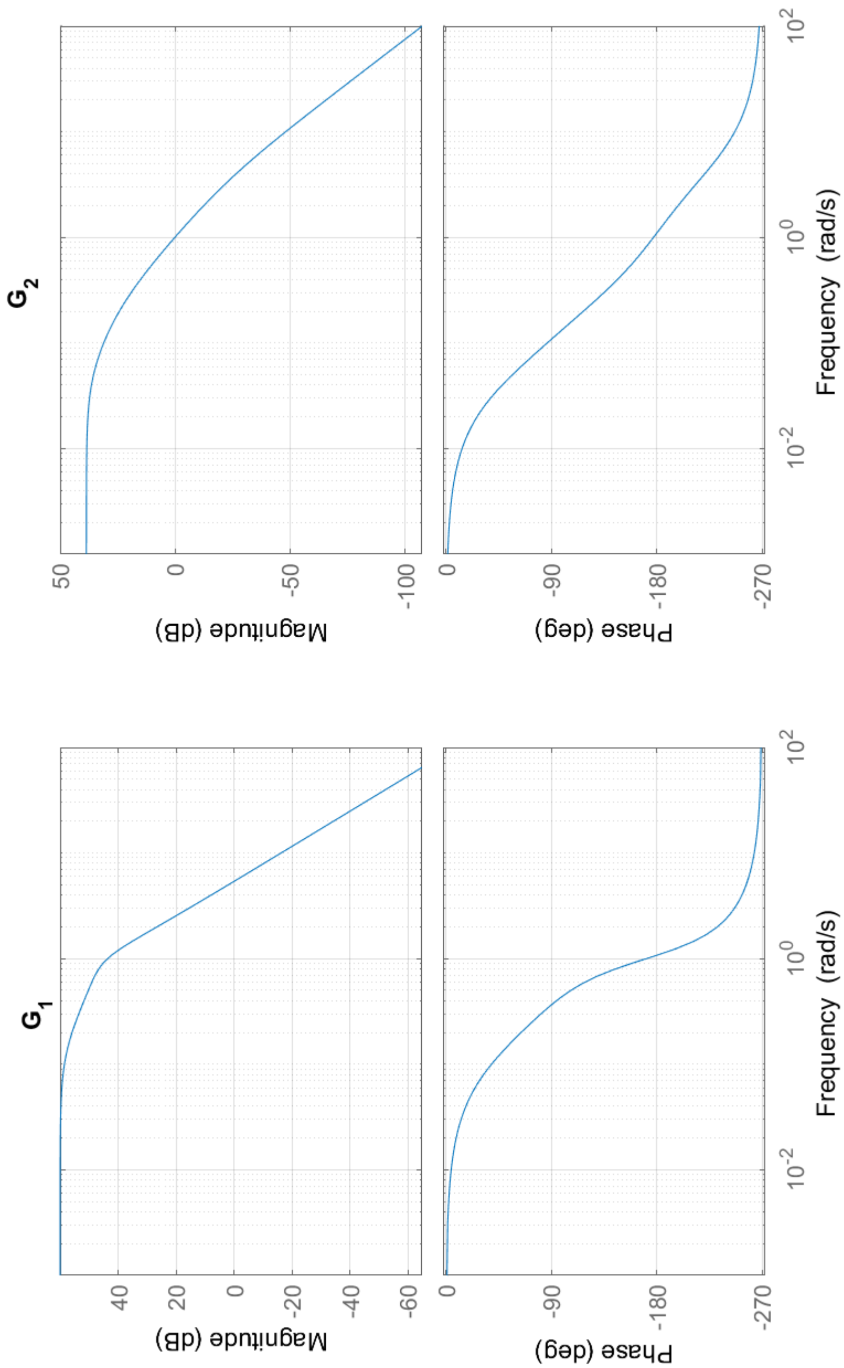
   (b) Ett multivariabelt system $Y(s) = G(s)U(s)$ regleras med en multivariabel regulator $U(s) = F_r(s)R(s) - F_y(s)Y_m(s)$ där mätningen ges av $Y_m(s) = Y(s) + N(s)$. Tag fram överföringsfunktionen från mätfelet $N(s)$ till $U(s)$. (2p)

   (c) En klass av olinjära system beskrivs av ekvationen

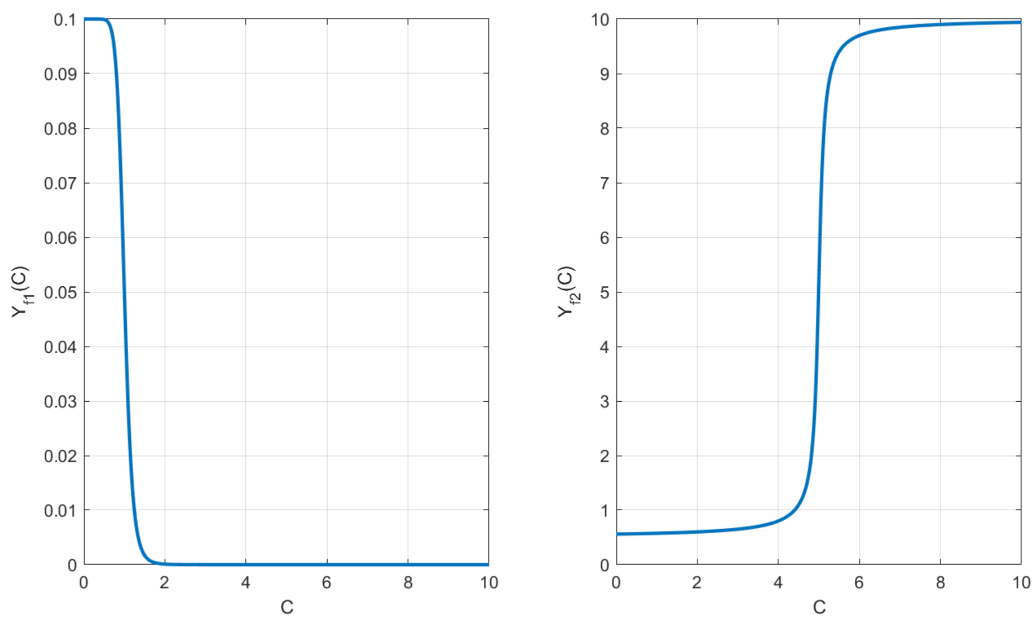
$$\ddot{y} + \alpha(y)\dot{y} + \beta(y + \dot{y}) = 0$$

   där $\alpha(\cdot)$ och $\beta(\cdot)$ är godtyckliga olinjära funktioner. Inför lämpliga tillståndsvariabler och skriv modellen i tillståndsform. (2p)

   (d) Ett stabilt linjärt system återkopplas med en statisk olinjäritet. Redogör för det återkopplade systemets förväntade stabilitsegenskaper (stabilt, instabilt, oscillationer) om det linjära systemet ges av $G_1(s)$ resp. $G_2(s)$ beskrivna av Bodediagram på nästa sida, samt då olinjäriteten kan beskrivas av en beskrivande funktion $Y_{f1}(C)$ resp. $Y_{f2}(C)$ på nästföljande sida. Det är alltså 4 kombinationer som ska utredas. (4p)

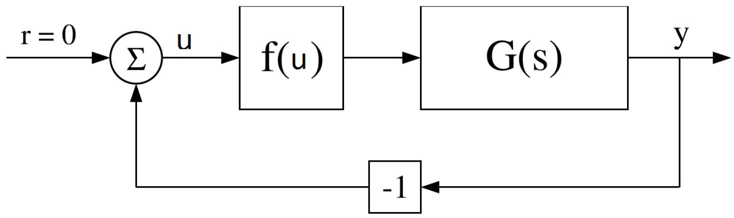


Figur 1: Två möjliga linjära system uppgift 1 d



Figur 2: Två möjliga beskrivande funktioner uppgift 1 d

2. Betrakta reglersystemet nedan



Figur 3: Reglersystem med olinjäritet

Den linjära delen beskrivs av

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

medan den statiska olinjäriteten ges av $f(u) = u^3$. Vi ska analysera detta mha cirkelkriteriet.

(a) Kan stabilitet garanteras? (3p)

(b) Antag att vi stoppar in en mer komplicerad återkoppling innan olinjäriteten. Istället för en P-regulator med förstärkning 1, dvs $u = r - y$ som nu, så använder vi $u = K_P(r - y)$. För vilka $K_P > 0$ kan vi garantera stabilitet? (2p)

(c) Använd en än mer komplicerad regulator $F(s) = K_P + K_D s$. För vilka $K_P > 0, K_D > 0$ kan stabilitet garanteras. Med reducerad poäng kan fallet $K_P = 1$ analyseras. För full poäng krävs analytisk lösning. (5p)

3. Betrakta det flervariabla systemet

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{s+1} & \dfrac{\beta}{s+4} \\ \\ \dfrac{1}{s+4} & \dfrac{1}{s+1} \end{pmatrix}$$

(a) Red ut analytiskt hur många nollställen systemet har som funktion av β (4p)

(b) Gör en analytisk RGA-analys av systemet i frekvensen $\omega = 0$ och redogör för hur β påverkar analys och slutsatser för en diagonal återkoppling. (4p)

(c) Föreslå en (enbart) statiskt frikopplande regulatorstruktur. För vilka β är detta möjligt? (2p)

4. Modellen i uppgift 3 kan för $\beta = 12$ skrivas i följande tillståndsrepresentation

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} u(t) \\
y(t) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(t)
\end{aligned}
$$

Vi ska nu designa en LQ-regulator som reglerar signalen $z(t) = y(t)$.

(a) Tag fram en LQ-återkoppling som uppfyller att $|z_2(t)| \leq 0.02$ och $|u_1(t)| \leq 0.05$ då systemet startas i initialtillståndet $x(0) = (1, 0, 0, 0)$ och referenssignalen är $r = 0$. (5p)

(b) Utvidga din återkoppling med en framkoppling av referenssignal som garanterar att det återkopplade systemet blir statiskt frikopplat, och beskriv sedan mha kommandot `bodemag` hur frikopplingen lyckats i andra frekvenser. (3p)

(c) Antag att vi inte kan mäta alla tillstånd utan enbart kan mäta $y_1(t)$. Går detta att åtgärda med en observatör? (2p)

5. (a) En modell av ett system ges av

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -6 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \\
y(t) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} x(t)
\end{aligned}$$

Man har studerat simuleringar och jämfört med verkligheten och noterat att det finns avvikelser. Man har dels noterat att man inte riktigt har den insignalen man tror, utan att $u(t)$ påverkas av en additativ slumpmässig lågfrekvent störning med en bandbredd på 1 rad/s. Man noterar dessutom att modellen för $\dot{x}_1$ är dålig, men man har ingen direkt kunskap om hur utan felet är slumpmässigt opredikterbar.

Målet är att skapa en observatör baserad på Kalmanfiltrering för att skatta tillstånden via mätningen $y(t)$. Föreslå en utvidgad modell som inbegriper den kunskap om modellosäkerheter som beskrivs ovan och kan användas för design av ett Kalmanfilter. (4p)

(b) Ett system kan beskrivas med en skalär modell som beror på en konstant α

$$\dot{x}(t) = \alpha(x(t) + v_1(t))$$

där $v_1(t)$ modellerar ett modellfel och antas vara en vit signal med varians R_1. Vi mäter tillståndet $x(t)$ med mätfel enligt

$$y(t) = x(t) + v_2(t)$$

där $v_2(t)$ är en vit signal med varians R_2. Låt $R_1 = 1, R_2 = \mu$ och antag att vi skattar $x(t)$ med ett Kalmanfilter. Vad blir skattningsfelets varians? (3p)

(c) Hur skiljer sig storleken på skattningsfelets varians i (b) beroende på om systemet är stabilt eller instabilt då μ är stort? (3p)