TENTAMEN I REGLERTEKNIK
FORTSÄTTNINGSKURS M, TSRT06

TID: Fredag 30 augusti 2019, klockan 8 - 12.

ANSVARIG LÄRARE: Johan Löfberg, tel 070-3113019

BESÖKER SALEN: 09:00, 11:00

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Läroboken Glad-Ljung: ”Reglerteknik, Grundläggande teori”, Läroboken Glad-Ljung, ”Reglerteori. Flervariabla och olinjära metoder”. Formelsamling. Miniräknare. MATLAB i lärosalens dator.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:	betyg 3	23 poäng
	betyg 4	33 p
	betyg 5	43 p

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. MATLAB-kod som används skall redovisas (lämpligen samlar man all kod i en fil som skrivs ut och skickas med). Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

UTSKRIFTSTIPS (LINUX): Utskrifter av vanliga filer kan skickas till en viss skrivare genom att man skriver kommandon som till exempel

```
lp -d printername file.pdf
```

i ett terminalfönster. (Byt ut `printername` mot den aktuella skrivarens namn.) Om man väljer `File/Print` i ett simulinkschema kan man ange en viss skrivare genom att lägga till

```
-Pprintername
```

i rutan vid `Device option`.

TENTAND-ID (AID) PÅ UTSKRIFTER: Man kan lägga in text i matlabplottar med kommandona `title` och `gtext` och i scopeplottar i Simulink genom att högerklicka i dem och välja `Axes properties`. I simulinkscheman kan man dubbelklicka på något blankt ställe och sedan skriva in text.

1. (a) Ange om nedanstående system är linjära eller olinjära. Motivera!

$$\begin{array}{ll} (i) & y(t) = e^{u(t)} \\ (ii) & \dot{y}(t) + ty(t) = u(t) \\ (iii) & \dot{y}(t) + \sin(y(t)) = u(t) \end{array}$$

(3p)

(b) Antag att ett reglersystem innehåller en statisk olinjäritet på formen

$$f(e) = \begin{cases} \sqrt{e} & e \geq 0 \\ -\sqrt{-e} & e < 0 \end{cases}$$

Vilket område i komplexa talplanet blir enligt cirkelkriteriet otillåtet för det linjära systemets nyquistkurva? (3p)

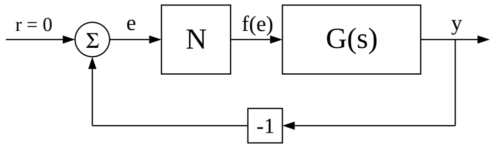
(c) Betrakta det olinjära systemet

$$\dot{x}_1 = -\beta x_1 x_2 - u$$

$$\dot{x}_2 = \beta x_1 x_2 - \gamma x_2$$

där $\beta > 0$ och $\gamma > 0$. Antag att styrsignalen hålls konstant $u = 1$. Ange systemets stationära punkter samt det linjäriserade systemet vid de stationära punkterna. (4p)

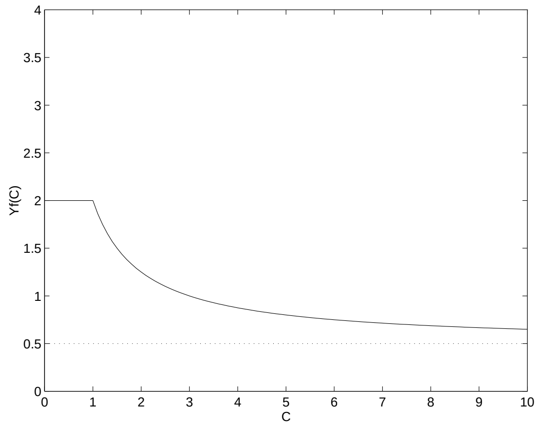
2. Betrakta nedanstående reglersystem där



Figur 1: Reglersystem

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)^2}$$

Olinjäritetens beskrivande funktion ges i figuren nedan. För den beskrivande funktionen gäller vidare att $Y_f(C) \to 0.5$ då $C \to \infty$.



Figur 2: Beskrivande funktion

(a) För vilka värden på $K > 0$ kan man få självsvängning? Blir den stabil? Vad händer för större och mindre värden på K? (7p)

(b) Skapa en olinjäritet som ger den beskrivande funktionen ovan. Ledning: Några avancerade räkningar, av typ beräkning av fourierkoefficienter, behövs ej. En olinjäritet bestående av räta linjer räcker. (3p)

3. Betrakta det flervariabla systemet

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \begin{pmatrix} \dfrac{2}{s+1} & \dfrac{3}{s+2} \\ \dfrac{\alpha}{s+1} & \dfrac{1}{s+1} \end{pmatrix}$$

där $\alpha > 0$.

(a) Bestäm det flervariabla systemets nollställe analytiskt. Hur beror nollställets placering på α? (4p)

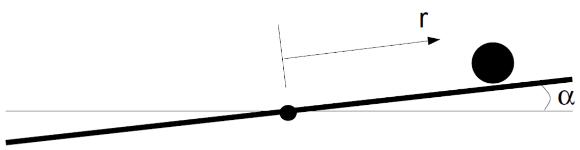
(b) Antag att man vill försöka göra fullständig frikoppling av systemet $G(s)$ ovan så att

$$G(s)F(s) = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{(s+1)^2} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{(s+1)^2} \end{pmatrix}$$

Finns det någon situation när detta inte är en bra idé? Motivera! (3p)

(c) Antag att man istället väljer att göra statisk frikoppling så att systemet $G(s)F(s)$ är frikopplat vid $\omega = 0$. Finns det några α för vilka detta inte heller är en bra idé? Motivera! (3p)

4. I figuren nedan visas ett system bestående av en kula som rullar på ett lutande plan. Variabeln r betecknar kulans position relativt centrum på planet och α betecknar planets lutning. Insignalen till systemet är momentet som vrider planet runt infästningen.



Figur 3: Kula på lutande plan.

Lämpliga tillståndsvariabler är

$$\begin{array}{lcl} x_1(t) & - & \text{kulans position, } r(t) \\ x_2(t) & - & \text{kulans hastighet, } \dot{r}(t) \\ x_3(t) & - & \text{planets vinkel, } \alpha(t) \\ x_4(t) & - & \text{planets vinkelhastighet, } \dot{\alpha}(t) \end{array}$$

Med momentet verkande på planet som insignal $u(t)$ kan systemet efter linjärisering beskrivas på tillståndsform

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

där

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Ange det öppna systemets poler. Är systemet stabilt? (2p)

(b) Antag att systemet startas i begynnelsetillståndet

$$x(0) = (0.1 \quad 0 \quad -0.1 \quad 0)^T$$

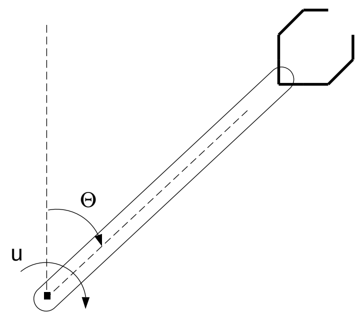
d v s kulan ligger till höger om centrum och planet lutar nedåt på höger sida. Antag att samtliga tillståndsvariabler kan mätas. Bestäm en återkoppling så att följande krav uppfylls:

- $\mid x(t) \mid \to 0$ då $t \to \infty$.
- $\mid x_1(t) \mid \leq 0.2$ hela tiden.
- $\mid u(t) \mid \leq 2.5$ hela tiden.

(6p)

(c) Ange det återkopplade systemets poler. Antag att man låter referenssignalen till reglersystemet vara ett enhetssteg. Gör en grov (teoretisk) uppskattning av stigtid och översläng hos stegsvaret baserat på slutna systemets poler. (2p)

5. Betrakta en enkel modell av en robotarm enligt figuren nedan.



Figur 4: Robotarm.

Om man sätter tröghetsmomentet till ett, försummar friktion och betecknar vinkeln med $y(t)$ kan systemet beskrivs av ekvationen

$$\ddot{y}(t) = u(t)$$

och med tillståndsvariablerna $x_1 = y$ och $x_2 = \dot{y}$ kan systemet besktrivas på tillståndsform som

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} v_1(t)$$

där $v_1(t)$ betecknar en vit systemstörning. Antag vidare att armens vinkel kan mätas. Detta ger mätekvationen

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} + v_2(t)$$

där $v_2(t)$ är en vit mätstörning.

(a) Antag att man sätter upp ett Kalmanfilter på formen

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t))$$

och beräknar förstärkningen K för följande antaganden om "storlek" på system- och mätstörning.

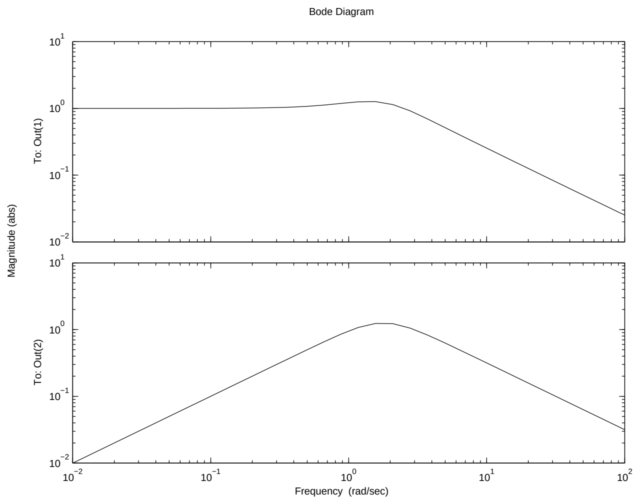
$$(i) : R_1 = 1, R_2 = 1 \quad (ii) : R_1 = 1, R_2 = 0.1 \quad (iii) : R_1 = 1, R_2 = 0.01$$

För dessa val fås följande förstärkningsmatriser hos observatören:

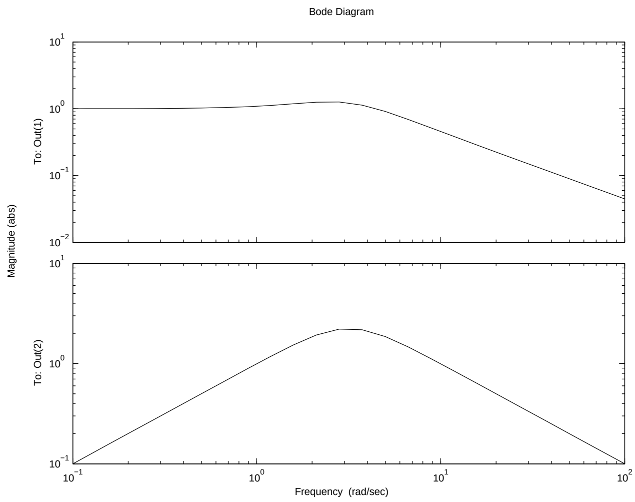
$$(A) : K = \begin{pmatrix} 2.5 \\ 3.2 \end{pmatrix} \qquad (B) : K = \begin{pmatrix} 1.4 \\ 1.0 \end{pmatrix} \qquad (C) : K = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 10.0 \end{pmatrix}$$

Para ihop parametervalen med observatörsförstärkningarna. Motivera! (3p)

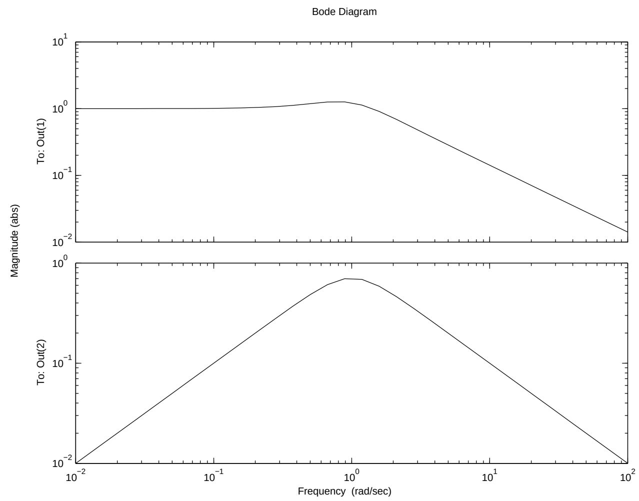
(b) I figurerna nedan visas amplitudkurvorna för överföringsfunktionerna från den mätta vinkeln $y(t)$ till skattningarna $\hat{x}_1(t)$ respektive $\hat{x}_2(t)$ för de olika valen av matriser R_1 och R_2. Kombinera matrisvalen, (i) - (iii), med figurerna I - III. Motivera! (3p)



Figur 5: Amplitudkurvor for överföringsfunktionerna från $y(t)$ till $\hat{x}_1(t)$ (övre figuren) respektive $\hat{x}_2$ (undre figuren). Fall I



Figur 6: Amplitudkurvor for överföringsfunktionerna från $y(t)$ till $\hat{x}_1(t)$ (övre figuren) respektive $\hat{x}_2$ (undre figuren). Fall II



Figur 7: Amplitudkurvor for överföringsfunktionerna från $y(t)$ till $\hat{x}_1(t)$ (övre figuren) respektive $\hat{x}_2$ (undre figuren). Fall III

(c) Ge en tolkning av det principiella utseendet hos amplitudkurvan för överföringsfunktionen från $y(t)$ till $\hat{x}_2(t)$, d v s från mätt vinkel till skattad vinkelhastighet, d v s att kurvan lutar uppåt för låga frekvenser och nedåt för höga frekvenser. Ge ett exempel på en överföringsfunktion som har egenskapen att dess amplitudkurva lutar uppåt för låga frekvenser. (2p)

(d) Antag nu att man kan mäta både vinkel och vinkelhastighet och att man använder båda dessa mätsignaler i observatören. Antag vidare att

$$R_1 = 1 \quad R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Var hamnar observatörens poler i detta fall? (2p)