Lektion 4

4.1

En 350 km lång, 500 kV, 50 Hz, trefas okompenserad ledning har en serie reaktans $x = 0.34$ Ω/km och en shunt admittans $y = j4.5 \cdot 10^{-6}$ S/km. Försumma förlusterna och beräkna:

a) den karaktäristiska impedansen (Surge Impedance) Z_c

b) utberedningskonstanten γ

c) våglängden λ för ledningen

d) SIL i MW

4.2

För en 300 km lång, trefas 765 kV ledningen, ta fram uttrycket för effekt. Antag Z_c = 266.1 Ω, våglängd på 5000 km, $V_{Sp.u.} = V_{Rp.u.} = 1$, och använd uttrycket för effekt som använder SIL. Beräkna sedan den så kallade stadiga stabilitetsgränsen som fås för det δ som ger maximal effektöverföring.

4.3

En trefas, 50 Hz, 500 MVA, 15 kV, vattenkraftsgenerator har en H-konstant på 2.0 per enhet-sekunder.

a) Bestäm den elektriska vinkelhastigheten ω_e.

b) Sätt upp svängningsekvationen för systemet.

Systemet är initial i drift $P_{mpu} = P_{epu} = 1.0$, $\omega = \omega_e$,, och $\delta = 10°$ när kortslutning till jord vid generatorns terminaler orsakar att P_{epu} sjunker till 0 för t ≥ 0. Antag att P_{mpu} hålls konstant 1.0 p.u. i svängningsekvationen. Bestäm effektvinkeln 3 cykler efter kortslutningen genom att följa stegen nedan.

c) Vad är effektvinkeln vid t=0 given i radianer?

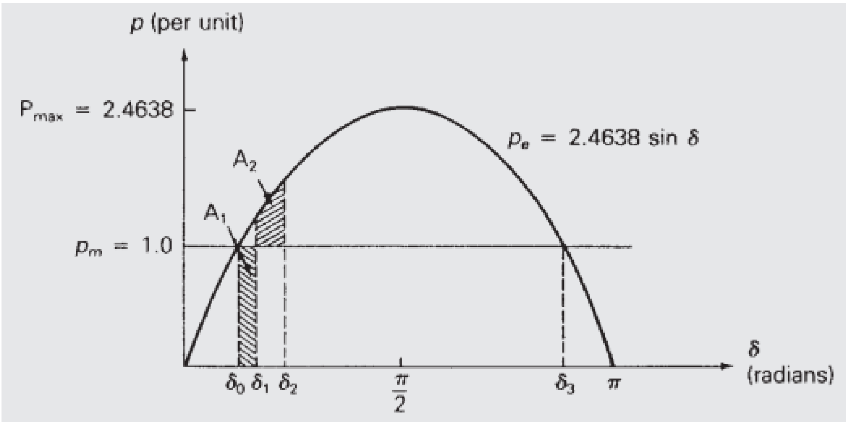
d) Ställ upp svängingsekvationen för t ≥ 0, dvs från och med efter kortslutningen.

e) Integrera svängningsekvationen tills ett uttryck för $\delta(t)$ fås. Effektvinkeln är konstant, dvs $\frac{d\delta(0)}{dt} = 0$ vid tiden 0 och det andra begynnelsevillkoret fås från c).

f) Hur lång tid motsvarar 3 cykler? Använd det i uttrycket från e) för att ta reda på vad effektvinkeln blev efter 3 cykler.

4.4

En synkrongeneratorn är initialt i drift i det stabila tillståndet med $\delta_0 = 23.95°$ och $p_{mpu} = 1$ när en tillfällig kortslutning till jord sker. Tre cykler senare släcks felet av sig självt. På grund av ett reläfel förblir alla kretsbrytare stängda. Avgör om stabiliteten bibehålls eller inte och bestäm den maximala effektvinkeln. Tröghetskonstanten för generatornheten H=3.0 per enhet-sekunder på systembasen. Antag att p_{mpu} förblir konstant under störningen. Antag också att $\omega_{pu}(t) = 1.0$ i svängningsekvationen. $p_{epu} = p_{max}\sin(\delta) = 2.4628\sin(\delta)$ per enhet.



Figur 1: Figur till övning 4.4.

a) Börja med att sätta upp svängingsekvationen och integrera den för att få fram ett uttryck för $\delta(t)$. Bestäm δ_1, det vill säga vad blir effektvinkeln efter 3 cykler?

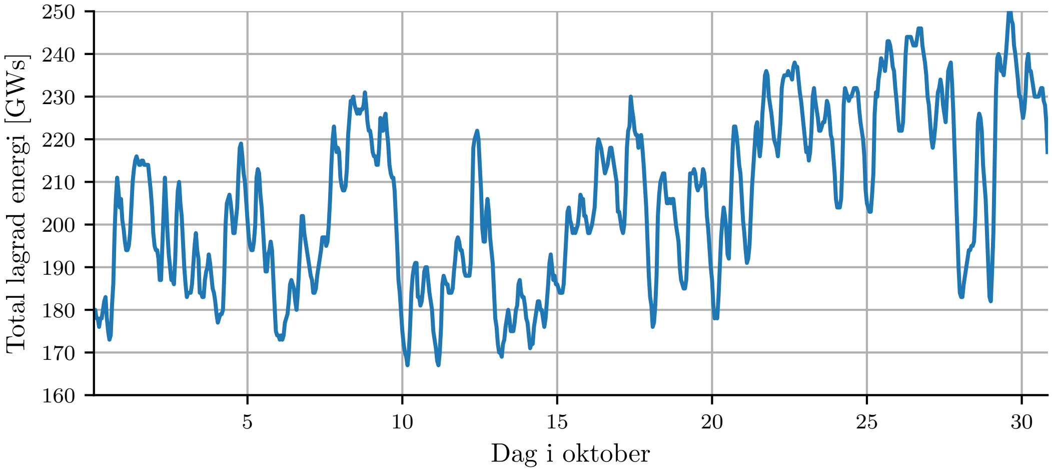
b) Bestäm accelerationsarean AA=A_1. Se figur.

c) Bestäm δ_2 med hjälp av "equal-area"kriteriet. Testa med δ_2 = 40.23, 42.87, 41.86 grader.

d) Förklara varför stabiliteten bibehålls eller inte.

4.5

I Figur 2 visas den lagrade energin i det nordiska elnätet under oktober månad 2023. Som man kan se så varierar energin mellan ungefär 170 GWs och 250 GWs och i denna uppgift ska vi undersöka hur nätets stabilitet påverkas av nivån på den lagrade energin.



Figur 2: Lagrad energi i det nordiska elnätet under oktober månad 2023. Datan är hämtad från finlands stamnätsbolag Fingrid.[2]

a) Under normala förhållanden så roterar alla massor i elnätet med, eller nära, basfrekvensen $\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi 50$ Hz, och den totala energin kan skrivas

$$W_{tot} = \sum_k \frac{1}{2} J_{tot} \omega_s^2 \tag{1}$$

Antag att vid ett visst tillfälle så är $W_{tot} = 200$ GW och nätet roterar med basfrekvensen 50 Hz. Vad skulle den totala energin bli om nätet istället roterade med de två gränsvärdena 49.9 Hz samt 50.1 Hz, givet att J_{tot} är konstant? Hur stor del av variationerna i total energi under oktober månad skulle kunna förklaras av variationer i nätets frekvens?

b) Vi ska nu titta på ett betydligt kortare tidsintervall, under vilket effektbalansen

$$\frac{dW_{tot}}{dt} = P_{m,tot} - P_{e,tot}$$

råder, där $P_{m,tot}$ den totala mekaniska effekten som driver varje synkronmaskin, och $P_{e,tot}$ är den totala konsumerade elektriska effekten. Antag att $P_{e,tot}$ är konstant under hela förloppet och att det initialt råder balans så att $P_{m,tot} - P_{e,tot} = 0$, men att vid en viss tidpunkt så kopplas ett kärnkraftverk bort så att $P_{m,tot}$ minskar med effekten $P_{plant} = 2$ GW som kärnkraftverket producerar. Övriga effekter antas inte påverkas utan hålls konstanta (ingen reglering för att stabilisera nätet). Hitta ett uttryck för hur W_{tot} förändras efter det att kärnkraftverket kopplas bort, som funktion av tiden t från att det kopplades bort samt initiala energin W_{tot}^0 ($W_{tot}(t=0) = W_{tot}^0$).

[2] `https://www.fingrid.fi/en/electricity-market-information/InertiaofNordicpowersystem/`

c) Använd uttrycket från b) för att bestämma hur lång tid det skulle ta innan frekvensen går utanför gränsvärdena i a) givet att den initiala lagrade energin är 170 GW och 250 GW (två separata beräkningar). Antag att J_{tot} konstant (men olika i de två fallen) så att (1) kan användas. Ett tipps är att först beräkna hur mycket W_{tot} får förändras innan begränsningarna nås.

d) I c) antog vi att J_{tot} var konstant under hela förloppet, vilket inte är helt rimligt då J_{tot} måste minska när kärnkraftverk kopplas bort. Vi ska nu undersöka hur stor inverkan på resultatet detta har genom att titta på hur mycket energi kärnkraftverk bidrar med. Den totala lagrade energin kan skrivas som en summa av bidraget från varje enskild roterande massa J_k i nätet som

$$W_{tot} = \sum_k \frac{1}{2} J_k \omega_s^2. \tag{2}$$

och vi antar att kärnkraftverk har tröghetskonstanten

$$H = \frac{1}{2} \frac{J_{plant} \omega_s^2}{S_{base}} = 5 \text{ s}$$

samt märkeffekten $S_{base} = 3$ GW. Beräkna kärnkraftverkets bidrag till den totala lagrade energin samt hur stor andel av den totala det motsvarar i datan från oktober månad. Borde vi ha tagit hänsyn till kärnkraftverkets bidrag i c)?

Facit

4.1 a) $Z_c = 274.9\,\Omega$ b) $\gamma = 0.0012i$ c) $\lambda = 5079$ km d) $SIL = 909.5$ MW e) $Z' = -i158.3\,\Omega$, $Y' =$

4.2 $P = V_{spu}V_{rpu}\mathrm{SIL}\sin(\delta)/(\sin(2\pi l/\lambda))$ Vid $\delta = 90°$fås $P_{max} = 5974$ MW

4.3 a) $\omega_e = 314.2$ rad/s, b) $\frac{4}{\omega_{e,s}}\frac{d^2\delta_e}{dt} = P_{mpu} - P_{epu}$ (svängningekvationen $\frac{2H}{\omega_{e,s}}\frac{d\omega_e}{dt} = P_{mpu} - P_{epu}$ men med $\frac{d\delta}{dt} = \omega$ c) $\delta(0) = 0.1745$ rad
d) $\frac{4}{2\pi f}\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = 1, t \geq 0$ e) $\delta(t) = \frac{2\pi f}{8}t^2 + \delta(0)$ f) t=0.06 s, $\delta(t) = 18.1$ °

4.4 a) $\delta_1 = 0.5123$ rad b) AA=0.0942 c) $\delta_2 = 41.8618°$ d) Stabiliteten bibehålls eftersom δ_2 inte överskrider δ_3 = 180-δ_0 = 156.05 °

4.5 **a)**

$$W_{tot}(\omega) = \sum_k \frac{1}{2}J_{tot}\omega^2 = \sum_k \frac{1}{2}J_{tot}\omega_s^2\frac{\omega^2}{\omega_s^2} = W_{tot}(\omega_s)\frac{\omega^2}{\omega_s^2}$$

$$W_{tot}(49.9Hz) = W_{tot}(\omega_s)\frac{49.9^2}{50^2} = 199.20$$

$$W_{tot}(50.1Hz) = W_{tot}(\omega_s)\frac{50.1^2}{50^2} = 200.80$$

Acceptabla variationer i frekvensen leder till väldigt små förändringar i lagrad energi.

b)

$$\left.\begin{aligned} \frac{dW_{tot}}{dt} &= -S_{plant} \\ W_{tot}(0) &= W^0_{tot} \end{aligned}\right\} \Rightarrow W_{tot}(t) = W^0_{tot} - tS_{plant}$$

c) Från a) får vi att den totala energin kan sjunka som mest

$$W^0_{tot} - W^0_{tot}\frac{49.9^2}{50^2} \tag{3}$$

utan att frekvensen går under 49.9 Hz. Från b) får vi att den totala energin sjunker med P_{plant} GWs per sekund och därmed kan kärnkraftverk som mest vara bortkopplad

$$t = \frac{W^0_{tot} - W^0_{tot}\frac{49.9^2}{50^2}}{P_{plant}} = \begin{cases} 0.34 \text{ s}, & W^0_{tot} = 170 \text{ GWs} \\ 0.50 \text{ s}, & W^0_{tot} = 250 \text{ GWs} \end{cases}$$

d)

$$\frac{1}{2}J_{plant}\omega_s^2 = HS_{base} = 5S_{base} = 15 \text{ GWs}$$

kärnkraftverk står för mellan $\frac{15}{170} \approx 8\%$ och $\frac{15}{250} = 6\%$. När kärnkraftverket kopplas bort minskar alltså totala energin med 6-8% vilket motsvarar att förloppet går 6-8% snabbare än beräkningarna i c).