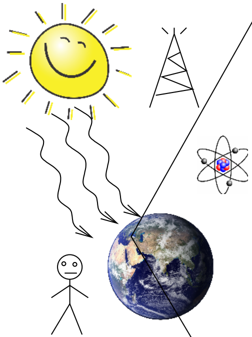
Fö 3 - TSFS11 Energitekniska system
Trefassystemet

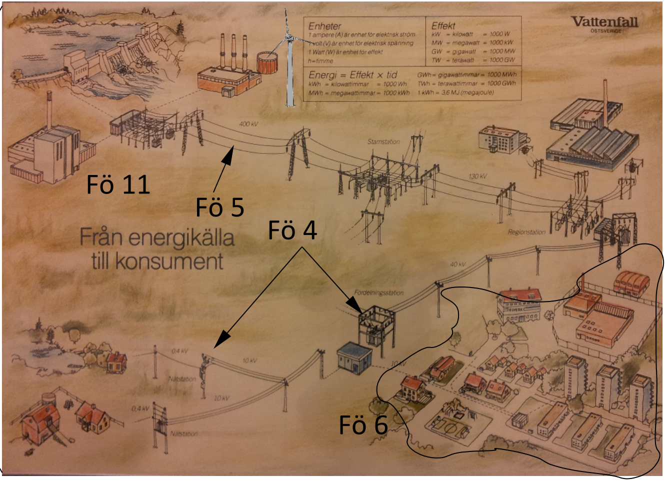
Christofer Sundström

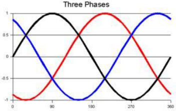
6 april 2021

Kursöversikt

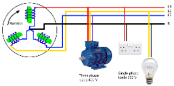


Fö 2



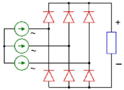


Fö 3



Fö 7,8,10

Fö 9



Fö 12

Fö 13

Outline

Repetition växelströmslära: Introduktion till växelström

Tidsbaserat: Sinusformad spänning, olika skrivsätt

$$u(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Effektivvärde: Jämför med effekt för likström i resistans $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$. Vi medelvärdesbildar alltså något som är proportionellt mot effekt och alltså enkelt kan användas i effektberäkningar.

Kvadratiska medelvärdet av en elektrisk storhet

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) \cdot dt} = \cdots = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$$

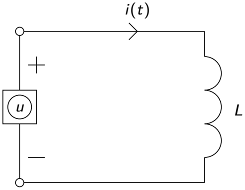
Notationsregler lik- och växelspänningsstorheter

För växelspänning används både U_0 och $\hat{u}$ för att notera toppvärde. U däremot betyder effektivvärde av sinusformad storhet eller likströmststorhet.

Repetition växelströmslära: Introduktion $j\omega$-metoden

Sinusformad ström och spänning:

$$u(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$
$$i(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t - \underbrace{\varphi}_{\text{Fasvinkel}})$$



Samband mellan storheterna:

$$u(t) = \Big/ \text{Faradays lag} \Big/ = \frac{di(t)}{dt} \cdot L$$

$$U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = I_0 L \cdot \frac{d \sin(\omega \cdot t - \varphi)}{dt} = \omega L I_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi)$$

Slutsats: (Att använda vid definition av $j\omega$-medoden)

1. $U_0 = \omega L I_0$, (jämför gärna med ohms lag $U = R \cdot I$)
2. $\sin(\omega \cdot t) = \cos(\omega \cdot t - \varphi) \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2}$ eller 90°

Strömmen kommer alltså 90° efter spänningen eftersom vi drar bort $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Repetition växelströmslära: Definition $j\omega$-metoden

Ersättningsregler:

$$u(t) = U_0 \sin(\omega \cdot t) \quad \rightarrow \quad \overbrace{\bar{U}}^{\text{Vektor}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot 0} = U \cdot e^{j \cdot 0}$$

$$i(t) = I_0 \sin(\omega \cdot t - \varphi) \quad \rightarrow \quad \bar{I} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j \cdot \varphi} = I \cdot e^{-j \cdot \varphi}$$

Kom ihåg från komplex-matte:

- $j^2 = -1 \Rightarrow \frac{1}{j} = -j$
- $e^{j\varphi} = \cos(\varphi) + j \cdot \sin(\varphi)$
- $\bar{Z} = a + j \cdot b = \sqrt{a^2 + b^2}\, e^{j \cdot \varphi} = \left|\bar{Z}\right| e^{j \cdot \varphi}$
- $\varphi = arctan\left(\frac{b}{a}\right)$ för positiva a (Annars $\pm 180^\circ$)
- U är effektivvärde
- $\bar{U}$ eller ibland **U** är en komplex vektor med längd U

Repetition växelströmslära: Definition $j\omega$-metoden

Ohms lag: $\bar{U} = \bar{Z} \cdot \bar{I}$ med $\bar{Z} = R + j \cdot X$

Resistans: $R \Rightarrow \bar{Z} = R$

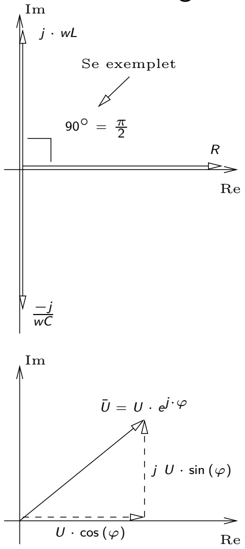
Induktans: $L \Rightarrow \bar{Z} = j\omega L$

Kapacitans: $C \Rightarrow \bar{Z} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}$

Visardiagram och $j\omega$-metoden

Visardiagram och $j\omega$-metoden är ett sätt att representera sinusformade storheter.

Illustration visardiagram

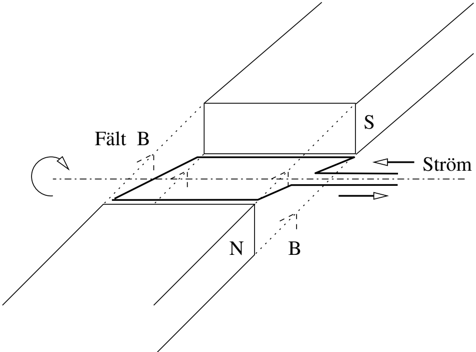


3-fas växelström

3st växelspänningar med samma amplitud förskjutna 120° sinsemellan.

Fördelar:

- Spänningar och strömmar summerar till 0 vid symmetrisk belastning $\Rightarrow$ behöver ingen återledare.
- En trefas-generator som lastas symmetriskt, dvs med lika stora laster på alla faser, ger ett statiskt (dvs icke-pulserande) lastmoment.



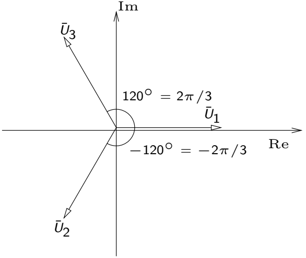
En slinga som roterar i ett magnetfält alstrar spänningen $e(t) = \hat{e} \sin(\omega t)$ V.

Tre slingor 120° förskjutna alstrar symmetrisk 3-fas växelspänning.

Huvudspänning och fasspänning

Fas-spänningar i ett 3-fas system. Lika amplitud ger **symmetrisk** 3-fas

$$u_1 = \hat{u}_1 \sin(\omega t)$$
$$u_2 = \hat{u}_2 \sin(\omega t - 120^\circ)$$
$$u_3 = \hat{u}_3 \sin(\omega t - 240^\circ)$$



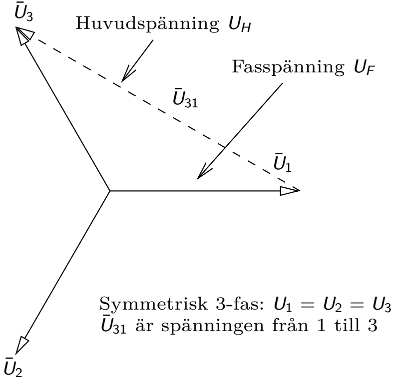
Komplex notation

$$\bar{U}_1 = U_1 \cdot e^{j0}$$
$$\bar{U}_2 = U_2 \cdot e^{-j120^\circ}$$
$$\bar{U}_3 = U_3 \cdot e^{-j240^\circ}$$

Tips: (Vanliga uträkningar)

- $e^{j120^\circ} = \cos(120^\circ) + j \cdot \sin(120^\circ) = -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
- 3-4-5 triangel: Om $\cos(\varphi) = 0.8$ så är $\sin(\varphi) = 0.6$ och tvärs om. ($\varphi = 36.9^\circ$)

Fasspänning



Symmetrisk 3-fas: $U_1 = U_2 = U_3$
$\bar{U}_{31}$ är spänningen från 1 till 3

Huvud och fasspänning

$$U_H = \sqrt{3} U_F$$

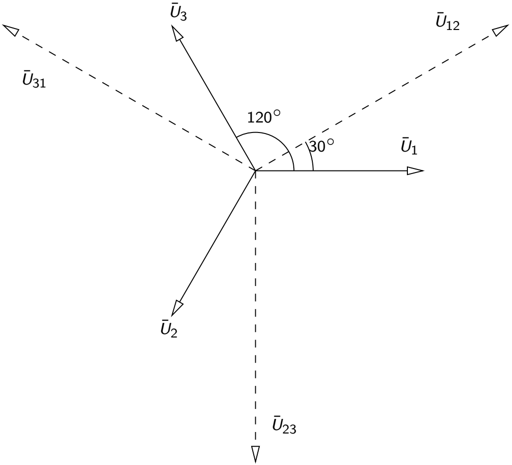
$$\bar{U}_{31} = \bar{U}_3 - \bar{U}_1 = U_F \left(e^{j120^\circ} - 1 \right) = U_F \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) = U_F \left(-\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) =$$

$$= U_F \sqrt{3} \underbrace{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right)}_{\text{Längden 1}} = U_F \sqrt{3} \cdot e^{-j210^\circ}$$

$$\bar{U}_{12} = \bar{U}_1 - \bar{U}_2 = U_F \sqrt{3} e^{j30^\circ}$$

$$\bar{U}_{23} = \bar{U}_2 - \bar{U}_3 = U_F \sqrt{3} e^{-j90^\circ}$$

Huvudspänning och fasspänning

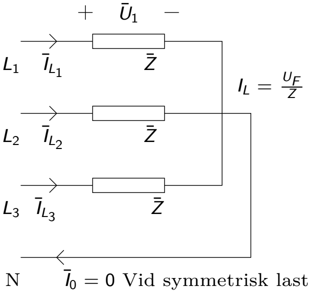


Beteckningar:

- 3-fas med nolledare betecknas $U_H/\ U_F$
  Ex: 400/230
- Saknas nolledare kallas det 3xU_H
  Ex: 3x400
- Fasledarna kallas L_1, L_2, L_3 alt.
  R, S, T
- Nolledare betecknas N

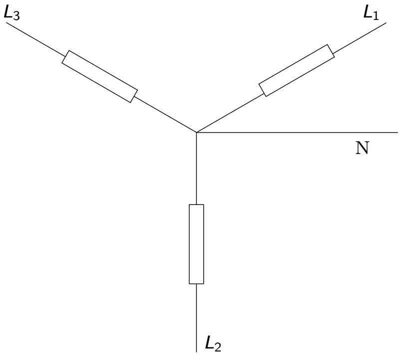
Y- och D-koppling

Y-koppling: (Även stjärnkoppling)



$$I_L = \frac{U_F}{Z} = \frac{U_H}{\sqrt{3}Z}$$

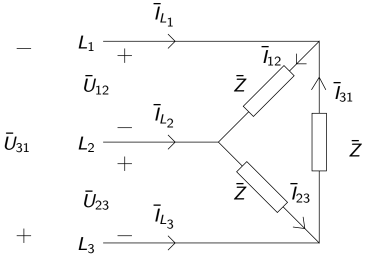
Alt. representation



Vid Y-koppling ligger spänningen U_F över respektive last.
Strömmen genom lasten betecknas huvudström eller **linjeström**.

Y- och D-koppling

D-koppling: (Även triangel/delta)



Notera

Spänningen över, och därmed strömmen genom, respektive last för en D-koppling är $\sqrt{3}$ ggr större än vid Y-koppling med samma komponenter. Därför utvecklas 3 ggr mer effekt (se t.ex. $P = RI^2 = \frac{U^2}{R}$)

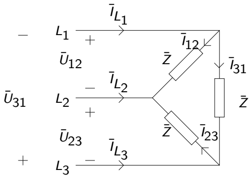
Vid D-koppling ligger spänningen $U_H = \sqrt{3}U_F$ över respektive last. Strömmen genom lasten betecknas **fasström**.

- $I_{12} = I_{31} = I_{23} = I_F = I_\Delta \leftarrow$ Fasström
- $I_L =$ Linjeström
- $I_L = \sqrt{3}I_F = \sqrt{3}I_\Delta \leftarrow$ Räknas ut direkt eller från effektsamband

Y- och D-koppling: Härledning ekvivalens

Betrakta kretsschemat för Y- och D-kopplingarna

D-Koppling

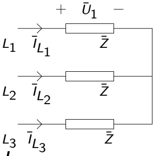


För Y-kopplingen har vi med U_1 som referens

$$\bar{I}_{L_1,Y} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}} = \frac{U_F}{\bar{Z}}, \quad \bar{I}_{L_2,Y} = \ldots, \quad \bar{I}_{L_3,Y} = \ldots$$

Med $\bar{U}_1$ som referens får vi för D-kopplingen

Y-Koppling



$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{U}_{12}}{\bar{Z}} = \frac{\bar{U}_1 - \bar{U}_2}{\bar{Z}} = \sqrt{3}U_F \cdot e^{j30^\circ}\frac{1}{\bar{Z}}$$

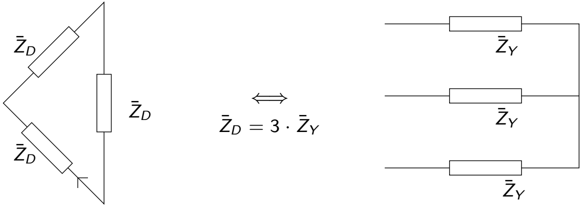
$$\bar{I}_{31} = \frac{\bar{U}_{31}}{\bar{Z}} = \frac{\bar{U}_3 - \bar{U}_1}{\bar{Z}} = \sqrt{3}U_F \cdot e^{-j210^\circ}\frac{1}{\bar{Z}}$$

$$\bar{I}_{L_1,\Delta} = \bar{I}_{12} - \bar{I}_{31} = \sqrt{3}U_F \cdot \underbrace{\left(e^{j30^\circ} - e^{-j210^\circ}\right)}_{\sqrt{3}}\frac{1}{\bar{Z}} = \frac{3U_F}{\bar{Z}} = 3\bar{I}_{L_1,Y}$$

Slutsats: $I_{L_i,\Delta} = 3 \cdot I_{L_i,Y}$, dvs en D-kopplad last drar 3 ggr mer ström och effekt än en Y-kopplad. Strömmarna har samma fas.

Y- och D-koppling: Ekvivalens

Eftersom enda skillnaden mellan en Y-kopplad och D-kopplad last är att linjeströmmar vid D-koppling blir 3 ggr större än för Y-koppling så kan vi dra följande slutsats.

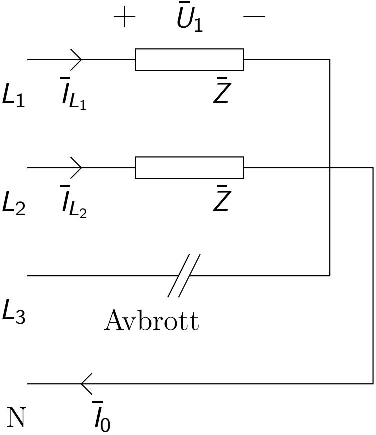


Ekvivalens mellan Y- och D-kopplingar

Vi kan alltid ersätta en Y-kopplad last med en D-kopplad ekvivalent last enligt formeln

$$\bar{Z}_D = 3 \cdot \bar{Z}_Y$$

Symmetrisk och osymmetrisk belastning



Vi osymmetrisk belastning blir nollströmmen $I_N \neq 0$

Beräkningsexempel

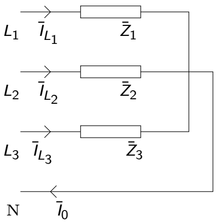
Till ett 380/220 V, 50Hz nät anslutes följande: Mellan fas och nolledaren en resistans på 44 Ω. Mellan fas 2 och nolledaren en spole med induktansen 0.0955 H och resistansen 40 Ω. Mellan fas 3 och nolledaren en resistans på 30 Ω och en kondensator med kapacitansen 79.6 μF.

Uppgifter:

a) Beräkna linjeströmmarna

b) Rita linjeströmmarna i ett visardiagram och beräkna nollströmmen grafiskt

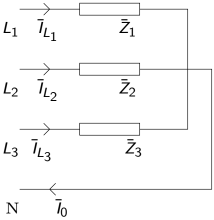
c) Beräkna nollströmmen analytiskt



Beräkningsexempel

Givet:

- $380/220 \rightarrow$ Trefas med nolledare
- $f = 50$ Hz
- $\bar{Z}_1 = 44\Omega$
- $\bar{Z}_2 = 40 + j \cdot \overbrace{2\pi \cdot 50 \cdot 0.0955}^{=30} = 50\,(0.8 + j \cdot 0.6)\,\Omega$
- $\bar{Z}_3 = 30 - j\frac{1}{\omega C} \approx 30 - j \cdot 40 = 50\,(0.6 - j \cdot 0.8)\,\Omega$



a) Beräkna linjeströmmarna

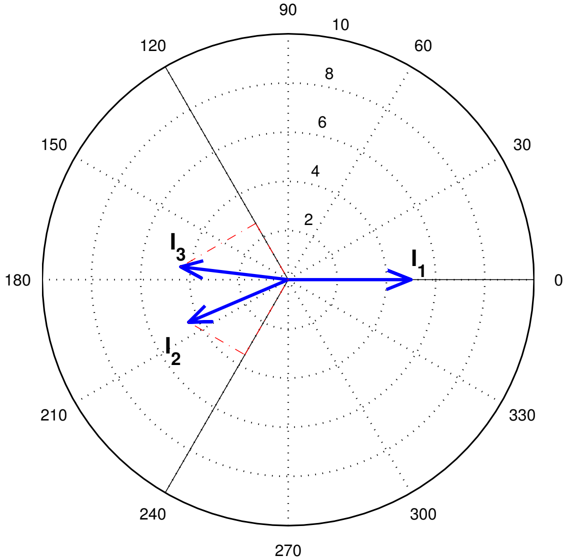
$$\bar{I}_{L,1} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}_1} = \frac{220 \cdot e^{j0}}{44} = 5 \text{ A}$$

$$\bar{I}_{L,2} = \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}_2} = \frac{220 \cdot e^{-j120^\circ}}{50 \cdot e^{j \cdot arg(\bar{Z}_2)}} = 4.4 \cdot e^{-j120^\circ - j \cdot 36.9^\circ} \text{ A}$$

$$\bar{I}_{L,3} = \frac{\bar{U}_3}{\bar{Z}_3} = \frac{220 \cdot e^{-j240^\circ}}{50 \cdot e^{j \cdot arg(\bar{Z}_3)}} = 4.4 \cdot e^{-j240^\circ + j \cdot 53.1^\circ} \text{ A}$$

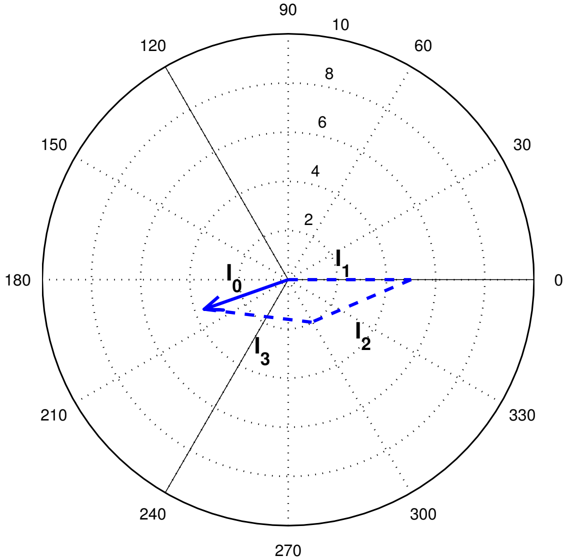
Beräkningsexempel

b) Rita linjeströmmarna i ett visardiagram



Beräkningsexempel

b) forts.. Beräkna nollströmmen grafiskt



Beräkningsexempel

c) Beräkna nollströmmen analytisk

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_{L1} + \bar{I}_{L2} + \bar{I}_{L3} = I_{L1} \cdot e^{j0} + I_{L2} \cdot e^{-j156.9^\circ} + I_{L3} \cdot e^{-j186.9^\circ} =$$
$$= 5 + 4.4 \cdot (\cos(-156.9^\circ) + j \cdot \sin(-156.9^\circ)) +$$
$$+ 4.4 \cdot (\cos(-186.9^\circ) + j \cdot \sin(-186.9^\circ)) =$$
$$= 5 - 4.05 - j \cdot 1.73 - 4.37 + j \cdot 0.53 = -3.4147 - j1.20 \Longrightarrow$$
$$I_0 = |\bar{I}_0| = \sqrt{Re^2 + Im^2} \approx 3.6 \text{ A}$$
$$arg(\bar{I}_0) = 180^\circ + arctan(\frac{-1.20}{-3.4147}) = 199.36^\circ$$

Jämför med den grafiska lösningen!

Effekt: Grunder

Betrakta en impedans som har en spänning U över sig. Den komplexa effekten (skenbara effekten) blir då (jmf med $P = \frac{U^2}{R}$):

- Resistans:

$$S = \frac{U^2 e^{j0^\circ}}{Re^{j0^\circ}} = \frac{U^2}{R} e^{j0^\circ}$$

- Spole (induktor):

$$S = \frac{U^2 e^{j0^\circ}}{j\omega L} = \frac{U^2 e^{j0^\circ}}{\omega L e^{j90^\circ}} = \frac{U^2}{\omega L} e^{-j90^\circ}$$

- Kondensator:

$$S = \frac{U^2 e^{j0^\circ}}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{U^2 e^{j0^\circ}}{\frac{1}{\omega C} e^{-j90^\circ}} = U^2 \omega C e^{j90^\circ}$$

Aktiv, reaktiv och skenbar effekt samt effektfaktor

Effektbegrepp - (vad är egentligen komplex effekt?)

- Momentan effekt skrivs: $p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{u}\sin(\omega t) \cdot \hat{i}\sin(\omega t - \varphi)$
- P = Aktiv effekt, dvs medelvärdet av den momentant utvecklade effekten
- Vi har att $P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$.

  Härledning: $P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{\hat{u}\cdot\hat{i}}{T}\int_0^T \sin(\omega t)\cdot[\sin(\omega t)\cos(\varphi) - \cos(\omega t)\sin(\varphi)]\,dt =$
  $\Big/ \int_0^T \sin(\omega t)\cdot\cos(\omega t) = 0 \Big/ = \frac{\hat{u}\cdot\hat{i}}{T}\cdot\cos(\varphi)\int_0^T \sin^2(\omega t)dt = \frac{\hat{u}\cdot\hat{i}}{T}\cdot\cos(\varphi)\int_0^T \frac{1-\cos(2\omega t)}{2}dt =$
  $\frac{\hat{u}\cdot\hat{i}}{T}\cdot\frac{T}{2}\cdot\cos(\varphi) = \frac{\hat{u}\cdot\hat{i}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}\cos(\varphi) = U\cdot I\cdot\cos(\varphi)$
- Q = Reaktiv effekt, en hjälpstorhet som håller reda på effekt som flödar **fram och tillbaka**
- $S = P + j \cdot Q$ - Komplex effekt

Komplex effekt

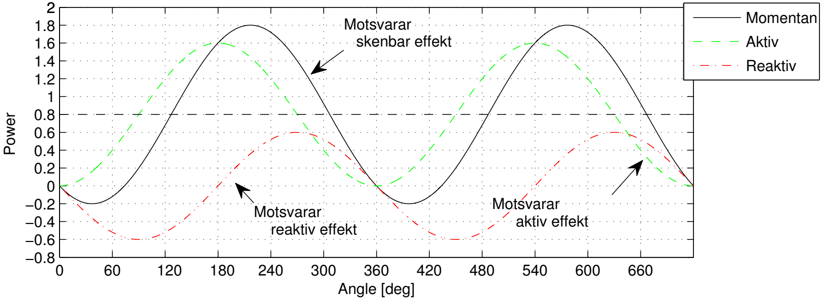
P är medelvärde, Q - mängden som flödar fram och tillbaka, S - den skenbara effekten

Aktiv, reaktiv och skenbar effekt samt effektfaktor

Betrakta en krets bestående av en spänningskälla, $\bar{U} = 1$ V, och en komplex last $\bar{Z} = 0.8 + j \cdot 0.6$, dvs $\bar{I} = 1e^{-j37^\circ} A$. Den momentana effekten är

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{u}\sin(\omega t) \cdot \hat{i}\sin(\omega t - \varphi) = 2 \cdot \sin(\omega t)\sin(\omega t - 37^\circ)$$
$$= /\text{Se t.ex. härledning ovan}/ = p_A(t) + p_R(t)$$
$$p_A(t) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \cdot (1 - \cos(2\omega t))$$
$$p_R(t) = -U \cdot I \cdot \sin(\varphi) \cdot \sin(2\omega t)$$

Notera: cos och sin är fasförskjutna $90^\circ \implies$ vi representerar P och Q som visare med 90° vinkelskillnad.

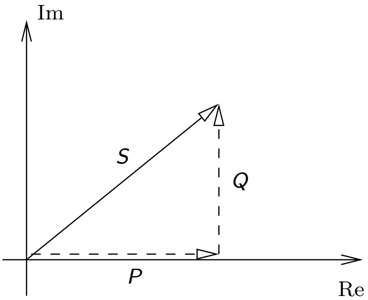


Aktiv, reaktiv och skenbar effekt samt effektfaktor

Betrakta en krets bestående av en spänningskälla, $\bar{U} = 1$ V, och en komplex last $\bar{Z} = 0.8 + j \cdot 0.6$, dvs $\bar{I} = 1e^{-j37^\circ} A$. Den momentana effekten är

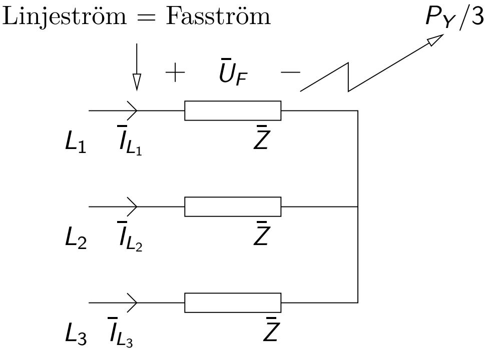
$$
\begin{aligned}
p(t) &= u(t) \cdot i(t) = \hat{u}\sin(\omega t) \cdot \hat{i}\sin(\omega t - \varphi) = 2 \cdot \sin(\omega t)\sin(\omega t - 37^\circ) \\
&= /\text{Se t.ex. härledning ovan}/ = p_A(t) + p_R(t) \\
p_A(t) &= U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \cdot (1 - \cos(2\omega t)) \\
p_R(t) &= -U \cdot I \cdot \sin(\varphi) \cdot \sin(2\omega t)
\end{aligned}
$$

Notera: cos och sin är fasförskjutna $90^\circ \implies$ vi representerar P och Q som visare med 90° vinkelskillnad.



Trefaseffekt: Y-koppling

Betrakta en symmetrisk Y-koppling (lika stora laster i varje gren)

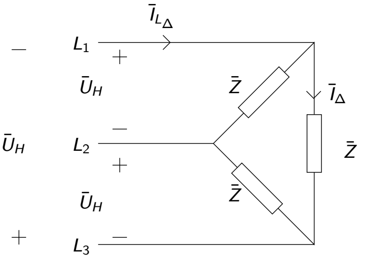


- En tredjedel av effekten utvecklas i varje resistans/kretselement
- Spänningen över lasterna är fas-spänningen U_F
- Strömmen genom lasterna är linjeströmmen $I_{L,Y}$

$$P_{Y,3\text{fas}} = 3 \cdot U_F \cdot I_{L,Y} \cos(\varphi) = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos(\varphi)$$

Trefaseffekt: D-koppling

Betrakta en symmetrisk D-koppling (lika stora laster i varje gren)



- P.s.s. som för Y-koppling utvecklas en tredjedel av effekten i varje gren
- Spänningen över lasterna är huvudspänning U_H
- Strömmen genom lasterna är fasströmmen I_Δ

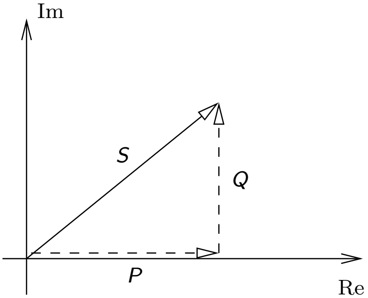
$$P_{\Delta,3\text{fas}} = 3 \cdot U_H \cdot I_\Delta \cdot \cos(\varphi) = 3 \cdot U_H \cdot \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cdot \cos(\varphi) = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos(\varphi)$$

Slutsats: Trefaseffekten för både Y- och D-kopplingar skrivs

$$P_{3\text{fas}} = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos(\varphi)$$

Trefaseffekt: Sammanfattning

$$
\begin{array}{lll}
\text{Total aktiv effekt:} & P_{3\text{fas}} = \sqrt{3}\cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos(\varphi) & \text{W} \\
\text{reaktiv effekt:} & Q_{3\text{fas}} = \sqrt{3}\cdot U_H \cdot I_L \cdot \sin(\varphi) & \text{VAr} \\
\text{skenbar effekt:} & S_{3\text{fas}} = \sqrt{3}\cdot U_H \cdot I_L & \text{VA}
\end{array}
$$



Alternativ: Antag att $\bar{Z} = R + j \cdot X$

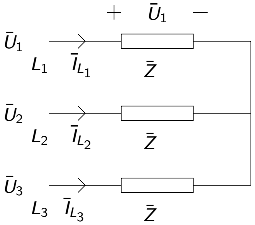
$$P_{3\text{fas}} = 3 \cdot R \cdot I^2$$

$$Q_{3\text{fas}} = 3 \cdot X \cdot I^2$$

$$S_{3\text{fas}} = 3 \cdot |\bar{Z}| \cdot I^2$$

Beräkningsexempel

Till ett symmetriskt trefassystem med huvudspänningen 220 V anslutes via korta ledningar en Y-kopplad last med impedanserna $\bar{Z} = 6 + j \cdot 8\ [\Omega]$



Beräkna:

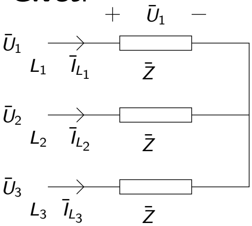
a) Linjeströmmen I_L i varje fas

b) Den i lasten utvecklade effekten P

c) Effektfaktorn $\cos(\varphi)$

Beräkningsexempel

Givet:



$\bar{Z} = 6 + j \cdot 8\ \Omega \Rightarrow Z = 10$, dvs 345-triangel
$U_H = 220\ V \Rightarrow U_F = 127\ V$
Symmetrisk last

Sökt: **a)** I_L, **b)** $P_{3\text{fas}}, Q_{3\text{fas}}, S_{3\text{fas}}$, **c)** $\cos(\varphi)$

Lösning:

a)
$$I_L = \frac{U_F}{|\bar{Z}|} = \frac{U_H/\sqrt{3}}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{220/\sqrt{3}}{10} = 12.7\ A$$

b)
$$P_{3\text{fas}} = 3 \cdot R \cdot I_L^2 \Rightarrow P_{3\text{fas}} = 3 \cdot 6 \cdot 12.7^2 = 2903\ W$$
$$Q_{3\text{fas}} = 3 \cdot X \cdot I_L^2 \Rightarrow Q_{3\text{fas}} = 3 \cdot 8 \cdot 12.7^2 = 3871\ VAr$$
$$S_{3\text{fas}} = \sqrt{P_{3\text{fas}}^2 + Q_{3\text{fas}}^2} = 4839\ VA \quad (\text{alt.} S_{3\text{fas}} = 3 \cdot Z \cdot I^2)$$

c)
$$\cos(\varphi) = \frac{P_{3\text{fas}}}{S_{3\text{fas}}} = \frac{2903}{4839} = 0.6$$

Beräkningsexempel

Alternativ lösning:
a) Lös på samma sätt
c) och b)

$$P_{3\text{fas}} = S_{3\text{fas}} \cdot \cos(\varphi), \text{ med}$$

$$S_{3\text{fas}} = 3 \cdot U_F \cdot I_L = \Big/ U_F = \frac{U_H}{\sqrt{3}} \Big/ = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right) = 53.1^\circ \Rightarrow \cos(\varphi) = 0.6$$

$$P_{3\text{fas}} = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos(\varphi) = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 12.7 \cdot 0.6 = 2903\ W$$

Faskompensering

- Strömvärmeförluster dimensionerar den maximala överföringskapaciteten hos t.ex. en ledare eller transformator.
- Dessa beror på strömmens storlek.
- För ett visst effektbehov hos slutkunden (Aktiv effekt) är det därför önskvärt att minimera den reaktiva effekten så att strömmens storlek minimeras. (Vi har ju $P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$)
- Enligt tidigare svenska normer gällde att $Q \leq 0.75P$.

Man brukar säga att induktanser förbrukar reaktiv effekt medan kapacitanser genererar kapacitiv effekt. Följaktligen har vi

- Kapacitans: $Q < 0$, (Vi har ju $\bar{Z} = \frac{-j}{\omega C}$ för en kapacitans)
- Induktans: $Q > 0$

(Om tecknen känns konstiga: Notera att $P > 0$ oftast betyder att effekt förbrukas i en last)

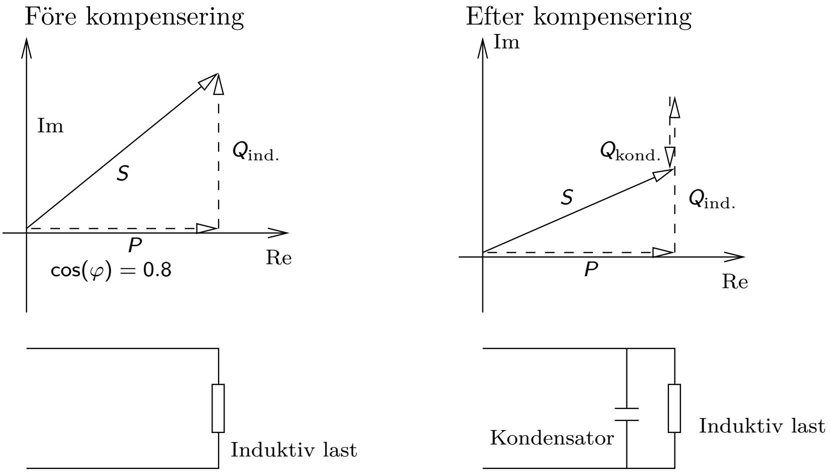
Faskompensering

Faskompensering

För att minska den reaktiva effekten hos en förbrukare kan effekten genereras på plats. Detta kallas faskompensering.

- När man vill påverka $\cos(\varphi)$ används parallellkopplade kondensatorer, eller **shunt**-kondensatorer.
- När man vill förbättra spänningsfallet hos en ledare används **serie**-kondensatorer.

Faskompensering: Exempel på parallellkopplad kondensator

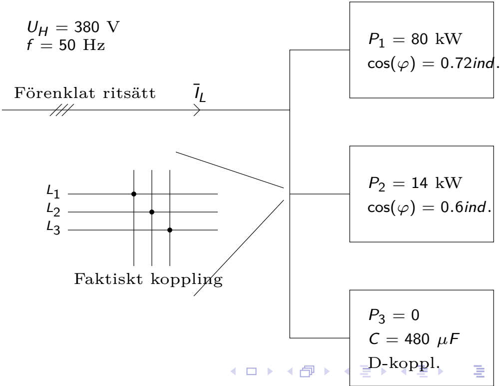


Parallellkopplad kondensator

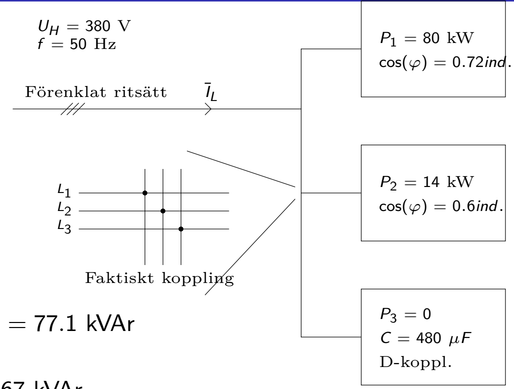
Vid parallellkoppling påverkas inte den aktiva effektförbrukningen P eftersom spänningen över den induktiva lasten är densamma

Beräkningsexempel

I en maskinanläggning som matas från ett 50Hz, 380 V trefasnät förbrukas 80 kW. De drivande maskinernas resulterande effektfaktor är 0,72 ind. Parallellt med dessa finns också installerat ett kondensatorbatteri bestående av tre lika stora D-kopplade kondensatorer på vardera 480 μF. Man vill sätta in ytterligare en maskin som kommer att kräva en effekt på 14 kW och med effektfaktorn 0,6 ind. Hur stor ström kommer anläggningen att dra från nätet och vad blir effektfaktorn för hela anläggningen?



Beräkningsexempel



Givet:
P_1, P_2, U_H, o.s.v. (se figur)

Sökt: Beräkna I_L och $\cos(\varphi_{\text{Tot}})$

Lösning: Vi har att

$$P_{\text{Tot}} = P_1 + P_2 + P_3 =$$

$$= 80 + 14 + 0 = 94 \text{ kW}$$

$$Q_{\text{Tot}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \cdots$$

$$Q_1 = P_1 \frac{\sin(\varphi_1)}{\cos(\varphi_1)} = 80 \frac{1 - 0.72^2}{0.72} = 77.1 \text{ kVAr}$$

$$Q_2 = P_2 \frac{\sin(\varphi_2)}{\cos(\varphi_2)} = 14 \frac{0.8}{0.6} = 18.67 \text{ kVAr}$$

$$Q_3 = -3 \cdot U_H^2 \cdot \omega C = 3 \cdot 380^2 \cdot 100\pi \cdot 480 \cdot 10^{-6} = -65.3 \text{ kVAr}$$

$$\cdots = 77.1 + 18.67 - 65.3 \text{ kVAr} = 30.6 \text{ kVAr}$$

$$S_{\text{Tot}} = \sqrt{P_{\text{Tot}}^2 + Q_{\text{Tot}}^2} = 98.8 \text{ kVAr}$$

Vi får därför $S = 3 \cdot U_F \cdot I_L \Rightarrow I_L = \frac{S_{\text{Tot}}}{\sqrt{3} \cdot U_H} = 150$ A och

$\cos(\varphi_{\text{Tot}}) = \frac{P_{\text{Tot}}}{S_{\text{Tot}}} = \frac{94}{98.8} = 0.951$ ind.

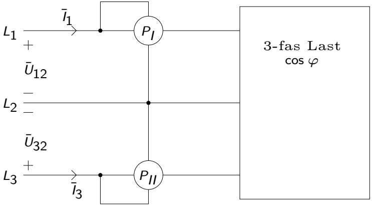
Mätning av effekt: Tvåwattmetermetoden

- Trick för att slippa 3 wattmetrar
  - 3 wattmerar, en för varje fas, fungerar alltid!
  - 1 wattmeter räcker om lasten är symmetrisk.
  (Vi kan ju multiplicera med 3)
- Metoden fungerar även i osymmetriskt belastade system vid allmän kurvform (dvs även vid icke-sinus).
- Kräver att nolledare saknas i systemet.

Härledning: Kom ihåg definitionen av momentan effekt $p(t) = u(t) \cdot i(t)$. För tre faser har vi

$$
\begin{aligned}
p_{3\text{fas}}(t) &= u_1 \cdot i_1 + u_2 \cdot i_2 + u_3 \cdot i_3 = /\text{Vilket kan skrivas som}/ = \\
&= \underbrace{(u_1 - u_2)}_{u_{12}} \cdot i_1 + \underbrace{(u_3 - u_2)}_{u_{32}} \cdot i_3 + u_2 \cdot \underbrace{(i_1 + i_2 + i_3)}_{=0 \text{ om nolla saknas}} = \\
&= u_{12} \cdot i_1 + u_{32} \cdot i_3
\end{aligned}
$$

Mätning av effekt: Tvåwattmetermetoden



- $$P_I = U_{12} \cdot I_1 \cdot \cos(30^\circ + \varphi)$$
  $$P_{II} = U_{32} \cdot I_3 \cdot \cos(30^\circ - \varphi)$$
- $$P_I + P_{II} = U_H \cdot I_L \cdot \big(\cos(\varphi)\cos(30^\circ) - \sin(\varphi)\sin(30^\circ) + \\ + \cos(\varphi)\cos(30^\circ) + \sin(\varphi)\sin(30^\circ)\big) = \\ = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos(\varphi) = P_{3\text{fas}} \text{ (Gäller då } I_N = 0)$$
- $$P_{II} - P_I = \cdots = U_H \cdot I_L \cdot \sin(\varphi) = \frac{Q_{3\text{fas}}}{\sqrt{3}} \text{ (Om lasten symmetrisk)}$$
- $$\tan(\varphi) = \frac{Q_{3\text{fas}}}{P_{3\text{fas}}} = \sqrt{3} \cdot \frac{P_{II} - P_I}{P_{II} + P_I}$$
- **Överkurs:** Vid användning av tvåwattmeter-metoden kan ibland P_I eller P_{II} bli negativt. Alla wattmetrar kan inte hantera detta utan visar siffror utan tecken. Ibland måste därför tecknet på P_I eller P_{II} kastas om för att få rätt värden.