Lösningsförslag till Övningstentamen
TSFS 17 Elkraftsystem
Denna version genererad: 7 januari 2024, 13:33

Uppgift 1.
Kompensation av reaktiv effekt för att hålla sig innom 600 kVA.

a. **Givet**: Nuvarande belastning är $S_1 = 600$ kVA och effektfaktorn $\cos\phi_1 = 0.75$, transformatorn är begränsad till 600 kVA. Förväntad expansion av fabriken med 20% med samma effektfaktor.

   Sökt: Q_{cap} så att S blir maximalt 600 kVA efter expansionen.

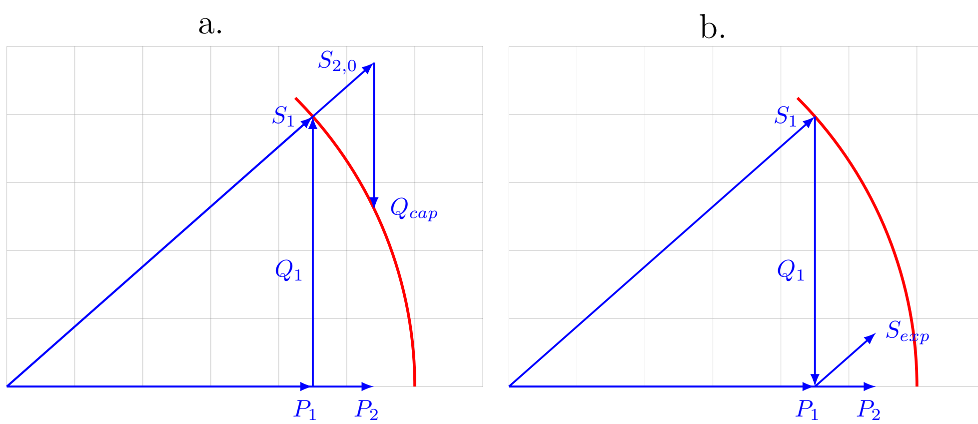
   Lösning: (Det finns många vägar att räkna sig fram till rätt svar. Se även visardiagrammet nedan där den röda bågen visar transformatorns kapacitet.)

   Efter expansionen får vi $S_{2,0} = 600 \cdot 1.2 = 720$ kVA.

   Detta ger den aktiva effekten $P_2 = 720 \cdot \cos\phi_1 = 720 \cdot 0.75 = 540$ kW och den reaktiva effekten $Q_{2,0} = \sqrt{720^2 - 540^2} \approx 476.2$ kVAR (om ingen kompensation görs).

   Den maximala reaktiva effekten som transformatorn klarar vid effektnivån P_2 är $Q_2 = \sqrt{600^2 - 540^2} \approx 261.5$ kVAR.

   Det behövs alltså en kondensatorbank som ger $Q_{cap} \geq Q_{2,0} - Q_2 \approx 476.2 - 261.5 = 214.7$ kVAR för att transformatorn skall klara expansionen. (Sidokommentar: Går man över 476.2kVAR så överkompenserar man vilket är onödigt, men ligger man mellan 215 och 476 så får man marginal.)



b. **Givet**: Ursprungliga fabriken på $S_1 = 600$ kVA med effektfaktorn $\cos\phi_1 = 0.75$, faskompenseras fullständigt med Q_1.

   Sökt: Kommer fullständing faskompensering av nuvarande fabrik vara tillräcklig vid en expansion, dvs är $Q_1 \geq Q_{cap}$.

   Lösning: Effektfaktorn $\cos\phi_1 = 0.75$, ger via trigonometriska ettan"$\sin\phi_1 = \sqrt{1 - 0.75^2} \approx 0.661$.

   Fullständig faskompensering av fabriken innan expansionen kräver en kapacitans på $Q_1 = S_1 \sin\phi_1 \approx 396.9$ kVAR. Då blir $S_f = P_1$, när expansionen kommer med S_{exp} så kommer vi att ligga innanför 600 kVA begränsningen.

   Eftersom $369.9 > 214.7$ kommer detta räcka även för expansionen.

   (Avslutande kommentar: Om en fabrik faskompenseras fullständigt så sätter man dit en kondensatorbank som producerar lika mycket reaktiv effekt som fabriken konsumerar så att det bara blir aktiv effekt som anläggningen behöver från nätet eller transformatorn, dvs innan expansionen har den fullständigt kompenserade fabriken $S_f = P_1 = 450$ kW. Därefter tillkommer $S_{exp} = 120$ kVA med $\cos\phi_1 = 0.7$ och vektorsumman av dessa skall ligga innanför 600 kVA.)

Uppgift 2.
Per enhet för ett system med två transformatorer. Ett utförligt lösningsförslag finns i lektion 2, uppgift 6.

Uppgift 3.
Givet: En solcellsmodul med 36 seriekopplade celler och data för cellen.
Sökt: Modulens ström, spänning och levererad effekt.
Lösning: Börjar att bestämma modulens strömmar I_d, I_p för att med hjälp av Kirchoffs strömlag få I. Shockleys diodekvation $I_d = I_0 \left(e^{\frac{k}{qT} V_d} - 1 \right)$, med $\frac{k}{qT} \approx 38.9$ vid 25°C, ger diodströmmen $I_d \approx 0.16795$ A.
Parallellresistansen ger en läckström på $I_p = \frac{V_d}{R_p} \approx 0.0758$
Cellens och modulens ström blir $I = I_{sc} - I_d - I_p \approx 3.156$ A.
Spänningen från en cell blir $U_c = V_d - I \cdot R_s \approx 0.484$ V.
Modulens spänning blir $U_m = N\, U_c \approx 17.43$ V.
Modulens levererade effekt blir $P_m = U_m\, I \approx 55.0$ W.

Uppgift 4.
Lång transmissionsledning, söker belastningseffekten SIL.
Karakteristiska impedansen är $Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \approx 275\ \Omega$.
Nu fås SIL $SIL = \frac{U^2}{Z_c} \approx 909$ MW.

Uppgift 5.
Swing equation
Givet: Initialt när felet inträffar: effektvinkel $\delta_0 = 23.95$°och mekanisk effekt i per enhet $P_{m,pu}$=1. Tröghetskonstanten H=3.0 per-enhet sekunder, $\omega_{pu} = 1$ vilket innebär frekvensen f=50 Hz och $p_{e,pu} = p_{max} \sin(\delta) = 2.4628 \sin(\delta)$.
Sökt: a) Ett uttryck för $\delta(t)$ genom att integrera svängingsekvationen och sedan bestämma vad den blir efter 3 cykler. b) Accelerationsarean AA=A$_1$. c) Bestämma δ_2. d) Motivering till vad som händer med stabiliteten.

a. Svängninsekvationen från formelbladet

$$\frac{2H}{\omega_{e,s}} \frac{d\omega_e}{dt} = P_{m,pu} - P_{e,pu}$$

kan även skrivas som

$$\frac{2H}{\omega_{e,s}} \frac{d^2\delta_e}{dt^2} = P_{m,pu} - P_{e,pu}$$

(eftersom $\omega = \frac{d\delta}{dt}$). När en kortslutningen sker blir $P_{e,pu} = 0$ så att svängningsekvationen blir

$$\frac{2H}{\omega_{e,s}} \frac{d^2\delta_e}{dt^2} = P_{m,pu}$$

Med $\omega_{e,s} = 2\pi f$ och en första integration fås

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \frac{2\pi f}{2H} P_{m,pu}\, t$$

där begynnelsevillkoret $\frac{d\delta(0)}{dt} = 0$ (eftersom effektvinkeln är konstant) uppfylls. En till integration där begynnelsevillkoret $\delta(0) = \delta_0$ uppfylls ger slutliga uttrycket för δ

$$\delta(t) = \frac{2\pi f}{2H} P_{m,pu} \frac{t^2}{2} + \delta_0.$$

För att beräkna vad effektvinkeln δ_1 blir efter 3 cykler, dvs efter att felet släckts, behöver först tiden för 3 cykler tas fram

$$t_{fel} = \frac{\#\text{cykler}}{f_e} = \frac{3}{50} = 0.06 \text{ s}$$

och sätta in det i uttrycket för δ.

$$\delta_1 = \delta(0.06) = \frac{2\pi 50}{2 \cdot 3} 1 \frac{0.06^2}{2} + 0.4180 = 0.5123 \text{ rad}$$

Observera vinklarna i radianer. Svaret i grader blir 29.35°.

b. Accelerationsarean AA eller A_1 i figuren är inom rektangeln med basen $\delta_1 - \delta_0$ och höjden $P_{m,pu}$ det vill säga

$$AA = (0.5123 - 0.4180) \cdot 1 = 0.0942$$

Vid tiden t=0.06 går $P_{e,pu}$ från 0 upp till sinuskurvan i figuren och fortsätter att öka tills att AA=AD eller A_1=A_2.

c. Equal-area kriteriet ger att AA=AD eller A_1=A_2

$$A_2 = \int_{\delta_1}^{\delta_2} (p_{max} \sin \delta - p_{mpu}) d\delta = A_1$$

$$A_1 = p_{max} \left[-\cos \delta\right]_{\delta_1}^{\delta_2} - \left[\delta\right]_{\delta_1}^{\delta_2}$$

$$p_{max} \cos \delta_1 + \delta_1 - A_1 = p_{max} \cos \delta_2 + \delta_2$$

I den här ekvationen söker vi δ_2, men denna ekvation går inte att lösa analytiskt så vi får lösa den numeriskt genom att pröva att sätta in de givna vinklarna (40.23, 42.87, 41.86) som δ_2 och se vilken som bäst stämmer överens med

$$p_{max} \cos \delta_1 + \delta_1 - A_1 - p_{max} \cos \delta_2 - \delta_2 = 0$$

δ_2 = 41.23°=0.7196 rad ger att vänsterledet VL = -0.007.
δ_2 = 42.87°=0.7482 rad ger VL = 0.0116.
δ_2 = 41.86°=0.7306 rad ger VL = $-2.03 \cdot 10^{-5}$.
Svar: δ_2 = 41.86°=0.7306 rad (eftersom det gav det VL som var närmast 0).

d. Stabiliteten bibehålls eftersom δ_2 inte överskrider δ_3 = 180-δ_0 = 156.05°.

Uppgift 6.
Admittansmatris och elkraftsystem.

a. Givet: Ett enlinje schema med tre bussar och impedanserna.
Sökt: admittansmatrisen
Lösning: Från ledningsimpedanserna får vi ledningsadmittanserna $Y_{12} = Y_{21} = -2j$, $Y_{13} = Y_{31} = -5j$, $Y_{23} = Y_{32} = -4j$ per enhet. Vi har tre bussar och ansätter spänningarna U_1, U_2, U_3 och strömmarna I_1, I_2, I_3, där positiv strömriktning är från elemetet vid bussen in till nätet (dvs en last får negativa värden på strömmen när vi hittat lösningen).
Strömmen in till buss 1 tecknas med Kirchoffs strömlag: $I_1 = (U_1 - U_2)Y_{12} + (U_1 - U_3)Y_{13}$
Strömmen in till buss 2 tecknas med Kirchoffs strömlag: $I_2 = (U_2 - U_1)Y_{21} + (U_2 - U_3)Y_{23}$
Strömmen in till buss 3 tecknas med Kirchoffs strömlag: $I_3 = (U_3 - U_1)Y_{31} + (U_3 - U_2)Y_{32}$
Nu kan vi samla ihop alla admittanser framför spänningarna i högerleden:

$$\begin{array}{rcccccccc} I_1 = & (Y_{12} + Y_{13}) & U_1 & - & Y_{12} & U_2 & - & Y_{13} & U_3 \\ I_2 = & -Y_{21} & U_1 & + & (Y_{21} + Y_{23}) & U_2 & - & Y_{23} & U_3 \\ I_3 = & -Y_{31} & U_1 & - & Y_{32} & U_2 & + & (Y_{31} + Y_{32}) & U_3 \end{array}$$

Nu kan vi använda ömvänd linjär algebraför att gå från summa till matrismultiplikation.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y_{12} + Y_{13}) & -Y_{12} & -Y_{13} \\ -Y_{21} & (Y_{21} + Y_{23}) & -Y_{23} \\ -Y_{31} & -Y_{32} & (Y_{31} + Y_{32}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

Detta ger oss admittansmatrisen

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} -7 & 2 & 5 \\ 2 & -6 & 4 \\ 5 & 4 & -9 \end{bmatrix} p.u.$$

b. Buss 1 är slack buss.
   Buss 2 är generator PV buss.
   Buss 3 är lasten en PQ buss.
c. Buss 1: Spänning och dess vinkel(=0) är kända, (strömmens amplitud och vinkel är okända).
   Buss 2: Spänning känd men dess vinkel är inte känd, (strömmens amplitud och vinkel är okända).
   Buss 3: Spänning och dess vinkel är okänd, (strömmens amplitud och vinkel är okända).
d. Buss 1: Varken aktiv eller reaktiv effekt är kända.
   Buss 2: Aktiv effekt känd, reaktiv effekt okänd.
   Buss 3: Aktiv och reaktiv effekt kända.

Uppgift 7.
Batteri testning genom cykling vid 1C och 2C.

a. 1 C motsvarar strömmen vid vilken ett batteri laddas ur på 1 timme. Testet innehåller både laddning och urladdning så det tar två timmar. Strömmen är 24 A vid urladdning och -24 A vid laddning.
b. Energin för uppdaddning är $W_{upp} = \int_0^{3600} (E_0 + R_{DC} I) I dt = 3600 \, (E_0 + R_{DC} I) I$ Ws.
   Energin för urladdning är $W_{ur} = \int_0^{3600} (E_0 - R_{DC} I) I dt = 3600 \, (E_0 - R_{DC} I) I$ Ws.
   Verkningsgraden $\eta = \frac{W_{ur}}{W_{upp}} = \frac{3600 \, (E_0 - R_{DC} I) I}{3600 \, (E_0 + R_{DC} I) I} \approx 95$ %?
c. Vid 2C tar testet 1 timme och verkningsgraden blir $\eta_{2C} \approx 90.2$ %.