

4 z -transformen

4.1 z -transformen

4.1.1 Beräkna z -transformen, inklusive konvergensområde, av följande signaler:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} x_1[n] = u[n - m] & \text{b)} x_2[n] = \gamma^n \sin(\pi n)u[n] \\ \text{c)} x_3[n] = \gamma^n \cos(\pi n)u[n] & \text{d)} x_4[n] = \gamma^{n-1}u[n - 1] \end{array}$$

4.1.2 Bestäm z -transformen av nedanstående signaler med hjälp av lämpliga transformpar i formelsamlingens Tabell 10:

$$\text{a)} x_a[n] = u[n] - u[n - 2] \quad \text{b)} x_b[n] = \gamma^{n-2}u[n - 2] \quad \text{c)} x_c[n] = 2^{n+1}u[n-1] + e^{n-1}u[n]$$

4.1.3 Bestäm den inversa z -transformen av följande *enkelsidiga* z -transformer:

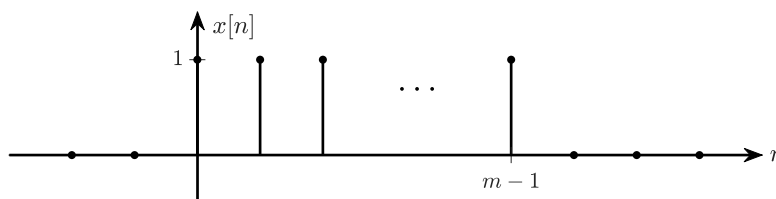
$$\begin{array}{lll} \text{a)} X_1[z] = \frac{z(z-4)}{z^2-5z+6} & \text{b)} X_2[z] = \frac{z-4}{z^2-5z+6} & \text{c)} X_3[z] = \frac{(e^{-2}-2)z}{(z-e^{-2})(z-2)} \\ \text{d)} X_4[z] = \frac{(z-1)^2}{z^3} & \text{e)} X_5[z] = \frac{z(-5z+22)}{(z+1)(z-2)^2} \end{array}$$

4.2 Egenskaper hos z -transformen

4.2.1 Visa att signalen $x[n]$ i figuren nedan har z -transformen $X[z] = \frac{z^m - 1}{z^{m-1}(z - 1)}$; $|z| > 0$.

Visa gärna både utgående från z -transformens definition och endast utgående från Tabell 10 och 9 i formelsamlingen.

(Du behöver både beräkna transformen och motivera konvergensområdet.)



- 4.2.2
- Härled z -transformparet $(-1)^n x[n] \iff X[-z]$, dvs. visa att $\mathcal{Z}\{(-1)^n x[n]\} = X[-z]$, där $X[z] = \mathcal{Z}\{x[n]\}$.
 - Visa, utgående från sambandet i deluppgift a) och lämplig z -transform i formelsamlingens Tabell 10, att $(-\gamma)^n u[n] \iff \frac{z}{z + \gamma}$; $|z| > |\gamma|$.
 - Använd sambanden i deluppgifterna a) och b) för att bestämma z -transformen av de två signalerna nedan.
 - $v[n] = (2^{n-1} - (-2)^{n-1}) u[n]$
 - $w[n] = \gamma^n \cos(\pi n)u[n]$

4.3 Den dubbelsidiga z -transformen

4.3.1 Bestäm z -transformen (om den existerar), med tillhörande konvergensområde, för följande signaler (där $u_0[-n] = u[-n-1]$):

a) $x_a[n] = 0,8^n u[n] + 2^n u_0[-n]$

b) $x_b[n] = 2^n u[n] - 3^n u_0[-n]$

c) $x_c[n] = 0,8^n u[n] + 3 \cdot 0,4^n u_0[-n]$

d) $x_d[n] = 0,5^{|n|}$

4.3.2 Beräkna den inversa z -transformen av $X[z] = \frac{(e^{-2} - 2)z}{(z - e^{-2})(z - 2)}$ då konvergensområdet är

a) $|z| > 2$

b) $e^{-2} < |z| < 2$

c) $|z| < e^{-2}$