3 Laplacetransformen

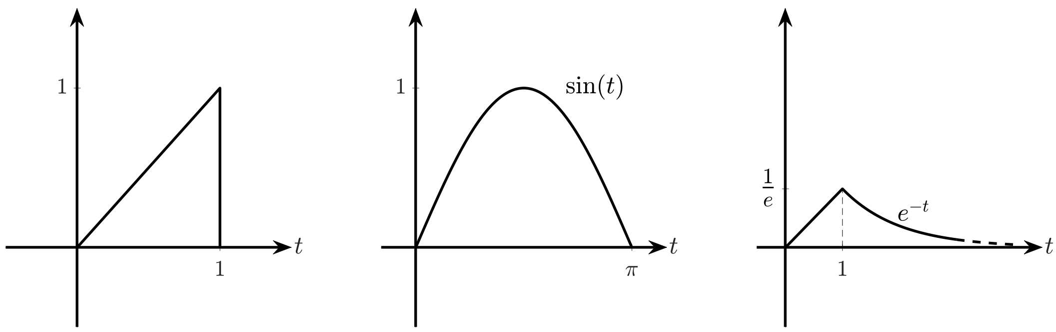
3.1 Den enkelsidiga laplacetransformen

3.1.1 Beräkna laplacetransformen, med tillhörande konvergensområde, av följande signaler:

a) $x_a(t) = u(t) - u(t-1)$ **b)** $x_b(t) = te^{-t}u(t)$

c) $x_c(t) = t\cos(\omega_0 t)u(t)$ **d)** $x_d(t) = (e^{2t} - 2e^{-t})u(t)$

3.1.2 Beräkna laplacetransformen, med tillhörande konvergensområde, av de tre signalerna i graferna nedan. Beteckna de tre signalerna med $v(t)$, $w(t)$ respektive $x(t)$.



(a) (b) (c)

3.1.3 Bestäm de inversa laplacetransformerna av följande *enkelsidiga* laplacetransformer:

a) $X_1(s) = \dfrac{2s+5}{s^2+5s+6}$ **b)** $X_2(s) = \dfrac{3s+5}{s^2+4s+13}$

c) $X_3(s) = \dfrac{(s+1)^2}{s^2-s-6}$ **d)** $X_4(s) = \dfrac{5}{s^2(s+2)}$

e) $X_5(s) = \dfrac{2s+1}{(s+1)(s^2+2s+2)}$ **f)** $X_6(s) = \dfrac{s+2}{s(s+1)^2}$

3.2 Egenskaper hos laplacetransformen

3.2.1 Bestäm laplacetransformerna av nedanstående signaler genom att endast använda lämpliga transformpar i formelsamlingens Tabell 5 och, vid behov, tidsförskjutningsegenskapen i Tabell 4:5.

a) $x_1(t) = u(t) - u(t-1)$ **b)** $x_2(t) = e^{-(t-\tau)}u(t-\tau)$ **c)** $x_3(t) = e^{-(t-\tau)}u(t)$

3.2.2 Bestäm laplacetransformerna av signalerna i uppgift 3.1.2 med hjälp av lämpliga transformpar i formelsamlingens Tabell 5 och, vid behov, tidsförskjutningsegenskapen i Tabell 4:5.

3.3 Lösning av differentialekvation m.h.a. laplacetransformen

3.3.1 Lös följande differentialekvationer med hjälp av den enkelsidiga laplacetransformen:

a) $\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\dfrac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ med $y(0^-) = y'(0^-) = 0$ och $x(t) = u(t)$

b) $\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\dfrac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} + x(t)$ med $y(0^-) = 2$, $y'(0^-) = 1$ och $x(t) = e^{-t}u(t)$

3.4 Den dubbelsidiga laplacetransformen

3.4.1 Bestäm konvergensområdet (om det existerar) för den dubbelsidiga laplacetransformen av följande signaler:

a) $x(t) = e^{tu(t)}$

b) $x(t) = e^{-tu(t)}$

3.4.2 Bestäm den dubbelsidiga laplacetransformen och konvergensområde för följande signaler:

a) $x_a(t) = e^{-|t|}$

b) $x_b(t) = e^{-|t|}\cos(t)$

c) $x_c(t) = e^t u(t) + e^{2t} u_0(-t)$

3.4.3 Bestäm den inversa laplacetransformen av följande funktioner, där $\sigma = \mathrm{Re}\{s\}$:

a) $X_a(s) = \dfrac{2s+5}{(s+2)(s+3)}, \quad -3 < \sigma < -2$

b) $X_b(s) = \dfrac{2s-5}{(s-2)(s-3)}, \quad 2 < \sigma < 3$

c) $X_c(s) = \dfrac{2s+3}{(s+1)(s+2)}, \quad \sigma > -1$

d) $X_d(s) = \dfrac{2s+3}{(s+1)(s+2)}, \quad \sigma < -2$

e) $X_e(s) = \dfrac{3s^2-2s-17}{(s+1)(s+3)(s-5)}, \quad -1 < \sigma < 5$