Signaler & System – Föreläsning 8: Videosammanfattning

Under resten av kursen kommer vi att fokusera på **tidsdiskreta signaler och system**

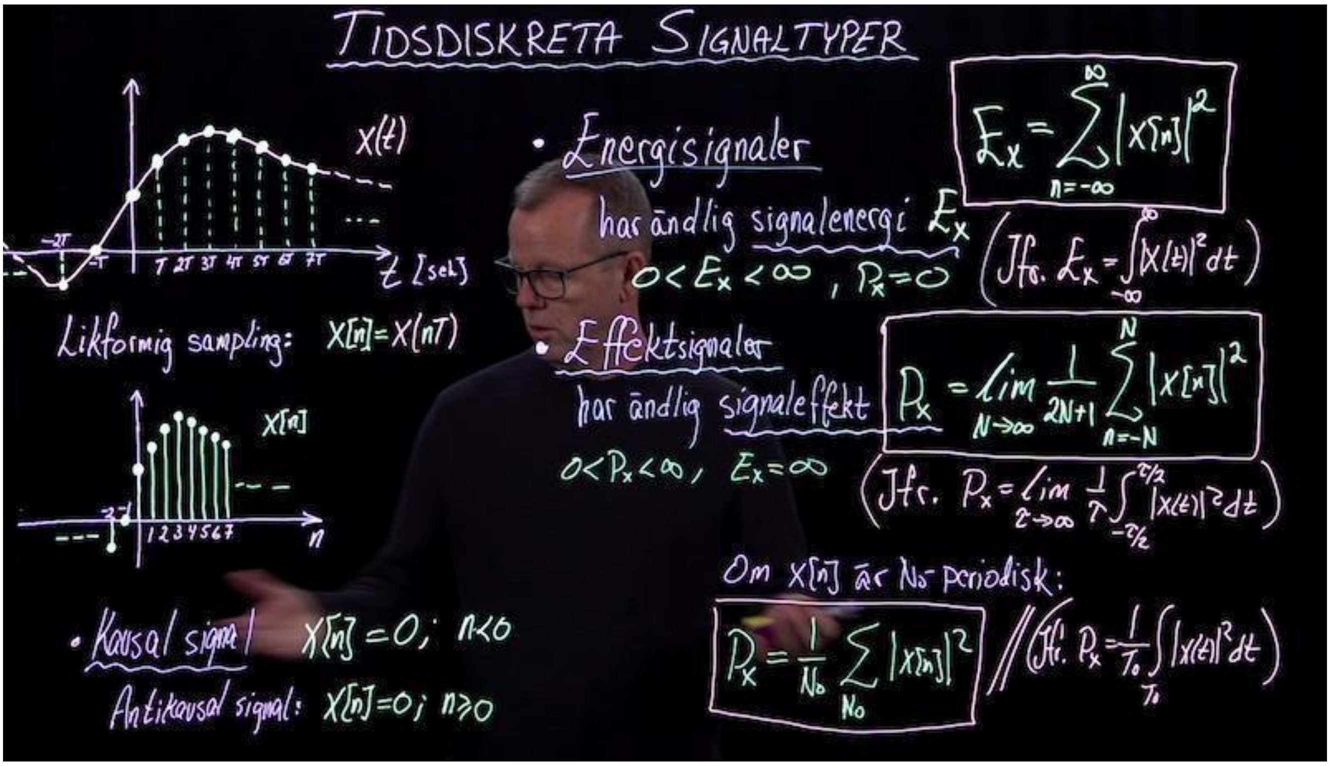
Du har redan inledningsvis stött på tidsdiskreta signaler i samband med avsnittet om sampling och rekonstruktion, men nu ska vi allmänt undersöka egenskaper hos både signaler och system – i såväl tidsdomänen som i transformdomänen – samt bland annat beräkna utsignalen från tidsdiskreta LTI-system i båda dessa domäner.

Du kommer att känna igen mycket från motsvarande egenskaper och beräkningar för tidskontinuerliga signaler och system.

Du förbereder dig inför föreläsningen genom att titta på nedanstående fyra videor om:

1) Tidsdiskreta signaltyper
2) Tidsdiskreta signaloperationer
3) Tidsdiskreta signalmodeller
4) Egenskaper hos tidsdiskreta system

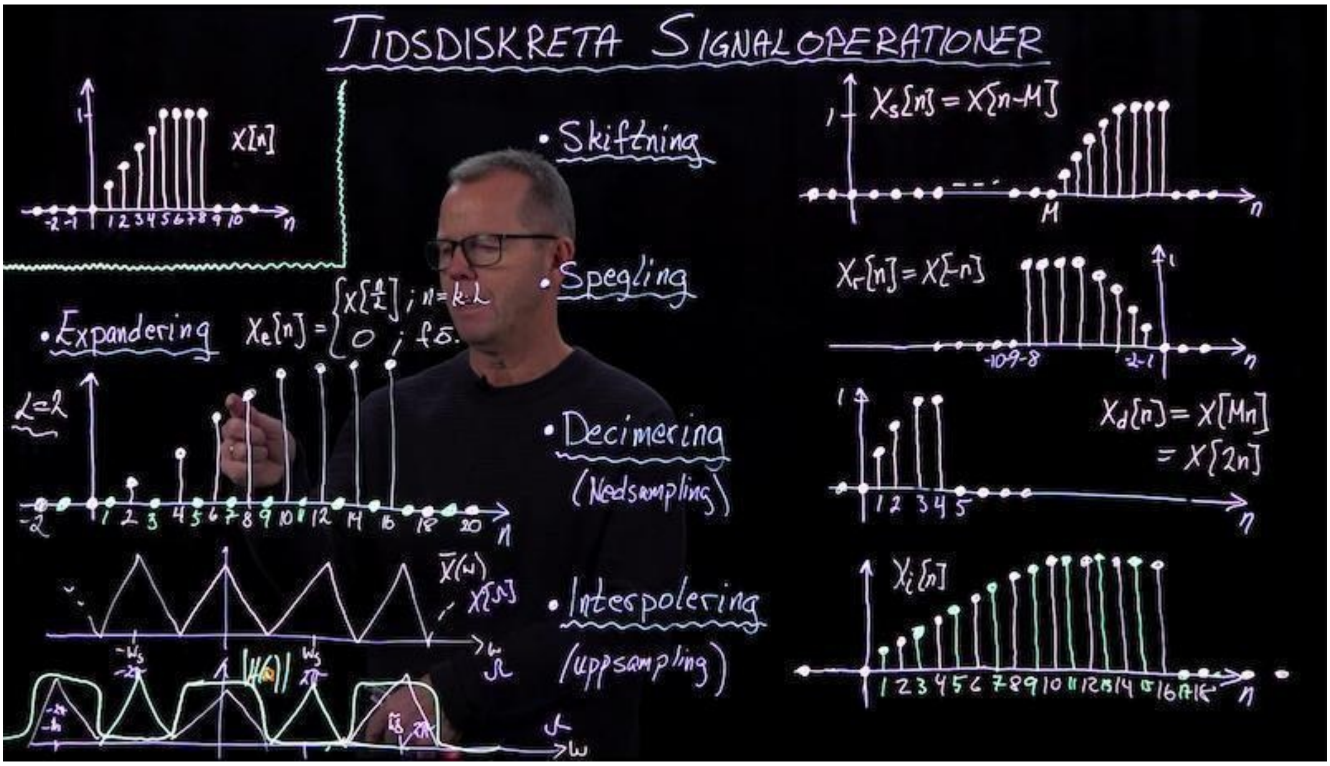
Tidsdiskreta signaltyper



Definition av några centrala tidsdiskreta signaltyper, signalklassificeringar:

* Tidsdiskret signal erhållen genom likformig sampling (från 0:00)
* Energisignaler och signalenergi (från 1:36)
* Effektsignaler och signaleffekt (från 3:02)
* Kausal signal (från 6:25)

Tidsdiskreta signaloperationer



Här definieras och ges exempel på några av de viktigaste signaloperationerna på tidsdiskreta signaler:

* Skiftning, x[n–M] (från 0:00)
* Spegling, x[–n] (från 1:46)
* Decimering (nedsampling), x[Mn] (från 2:23)
* Interpolering (uppsampling) (från 4:43)
* Expandering, x[n/L] (från 6:17)
    * Tolkning i frekvensdomänen:
      Interpolering = Expandering + LP-filter (från 8:13)

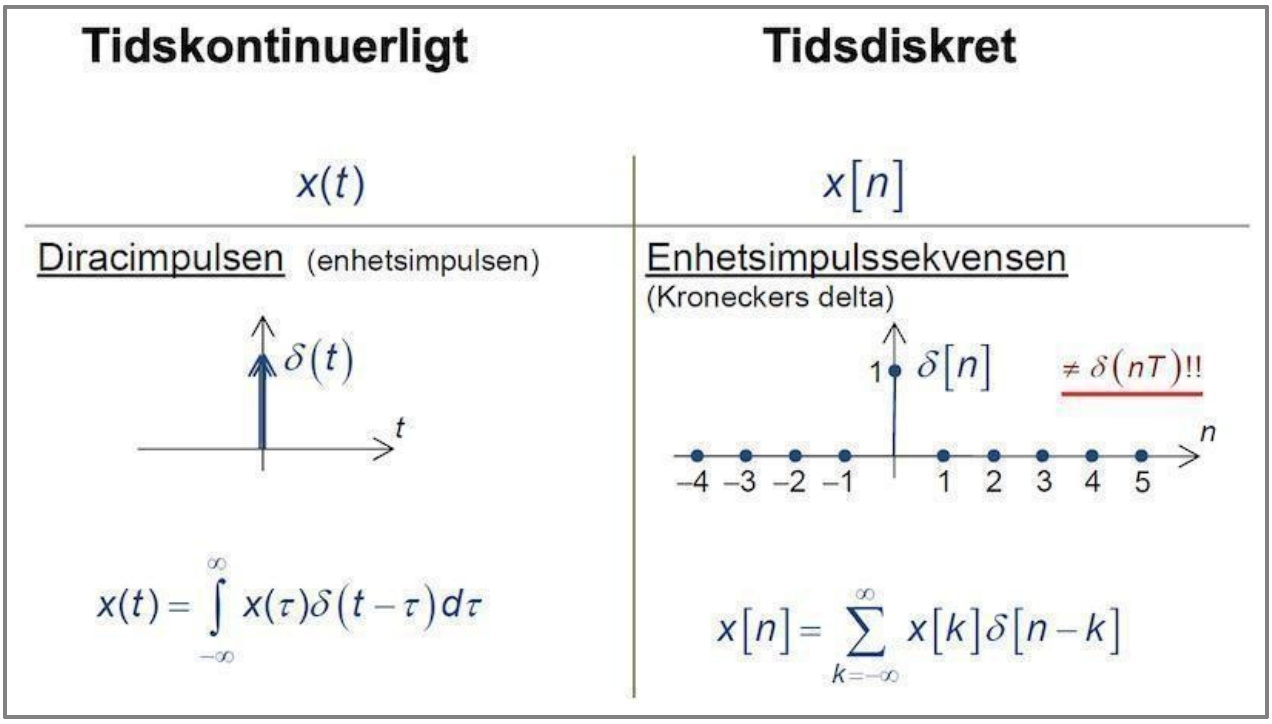
Decimering, interpolering och expandering handlar om hur man tidsskalar x[n], genom att antingen trycka ihop den (decimering) eller dra ut den (interpolering/expandering).
Här gäller motsvarande egenskaper som du känner till för tidskontinuerliga signaler – om man drar ut en tidssignal med en faktor M, så trycks spektrumet i frekvensdomänen ihop med samma faktor, och tvärtom.

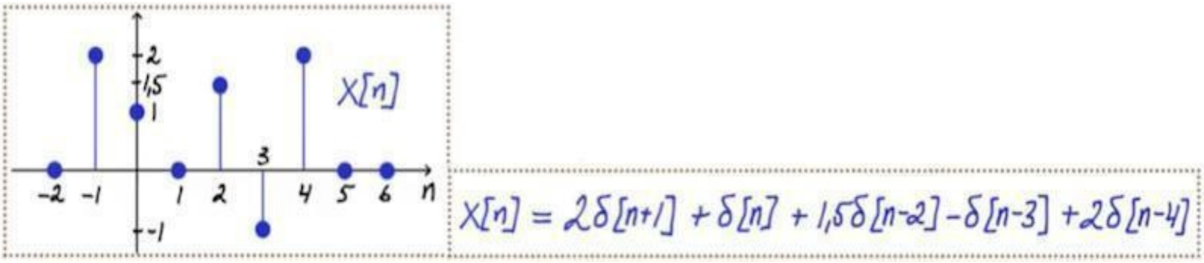
När det gäller den sista delen, från 8:13, när jag pratar om hur vad som händer i frekvens-domänen vid interpolation – dvs. expansion följt av LP-filtrering – så blir effekten för spektrumet i frekvensdomänen lättare att förstå om ett par föreläsningar.
Du behöver därför inte ta någon längre tid för detta nu, om du inte riktigt hänger med på resonemanget i videon. Dock – för den intresserade – så här ser relationerna ut mellan tidsdomänen och frekvensdomänen (från Kapitel 9.2 i formelsamlingen):

11. Decimering	$x[nN]$	$\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X\left[\frac{\Omega-k2\pi}{N}\right]$
12. Expansion (nollinskjutning, L–1 nollor mellan varje $x[n]$-värde)	$x_e[n]=x_{(L)}[n]=\begin{cases} x\left[\frac{n}{L}\right]; & n=0,\pm L,\pm 2L,\dots \\ 0; & \text{f.ö.}\end{cases}$	$X[L\Omega]$

Tidsdiskreta signalmodeller

Del 1

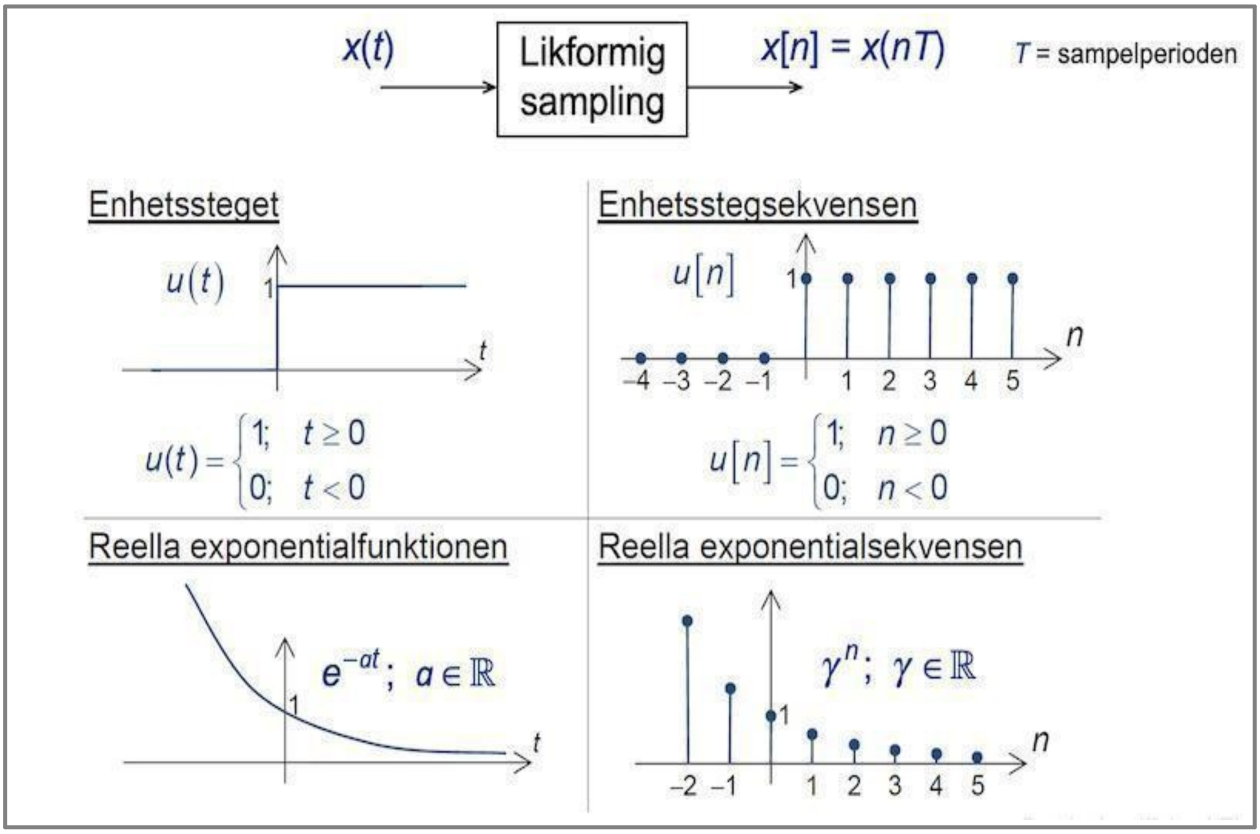




I den här videon beskrivs de vanligaste tidsdiskreta signalmodellerna:

* Enhetsimpulsen (enhetsimpulssekvensen) $\delta[n]$ (0:00)
* Enhetsstegsekvensen u[n] (3:51)
* Reella exponentialsekvensen γ^n (5:02)
* Komplexa exponentialsekvensen $e^{j\Omega_0 n}$ (8:17)
    * Cosinussekvensen $\cos(\Omega_0 n)$ och sinussekvensen $\sin(\Omega_0 n)$ (9:50)
    * Villkor för frekvenssignalers periodicitet (10:57)
    * Den högsta praktiska normerade vinkelfrekvensen är π rad (13:08)
    * Alternerande enhetssekvensen $(-1)^n$ (14:44)

Inledningsvis – i skärmdumpen ovan – definieras enhetsimpulsen.
Övriga signalmodeller följer nedan.

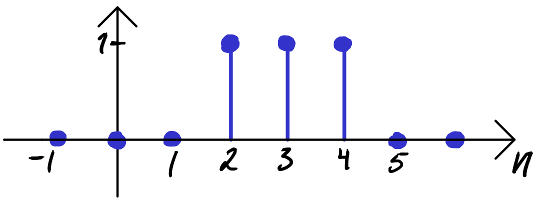


Del 2

* Enhetsstegsekvensen u[n] (3:51)
* Reella exponentialsekvensen γ^n (5:02)

Tips: Det är ofta bättre att uttrycka tidsdiskreta signaler som är nollskilda vid få n-värden som funktion av enhetsimpulsen.
Faltningsberäkningar, transformer med mera blir ofta lättare då.

Exempel:

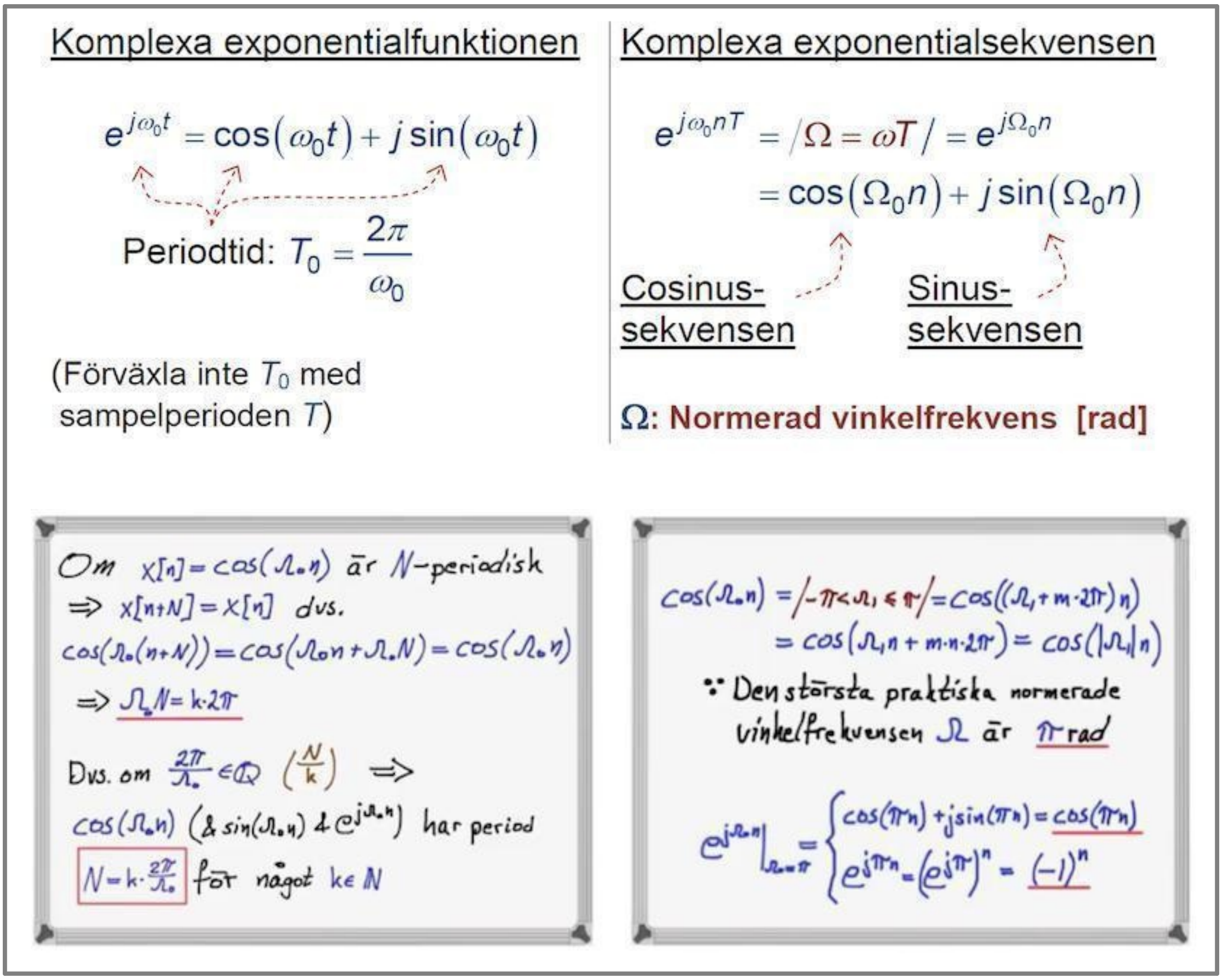


$$x[n] = u[n-2] - u[n-5]$$
$$= \delta[n-2] + \delta[n-3] + \delta[n-4]$$

Notera relationen mellan de tidsdiskreta u[n] och δ[n] –
den är av samma karaktär som relationen mellan de tidskontinuerliga u(t) och δ(t):

$$u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\,d\tau \iff \delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$

$$u[n] = \sum_{m=-\infty}^{n} \delta[m] \iff \delta[n] = u[n] - u[n-1] \quad \left(= \frac{u[n] - u[n-1]}{1} \right)$$

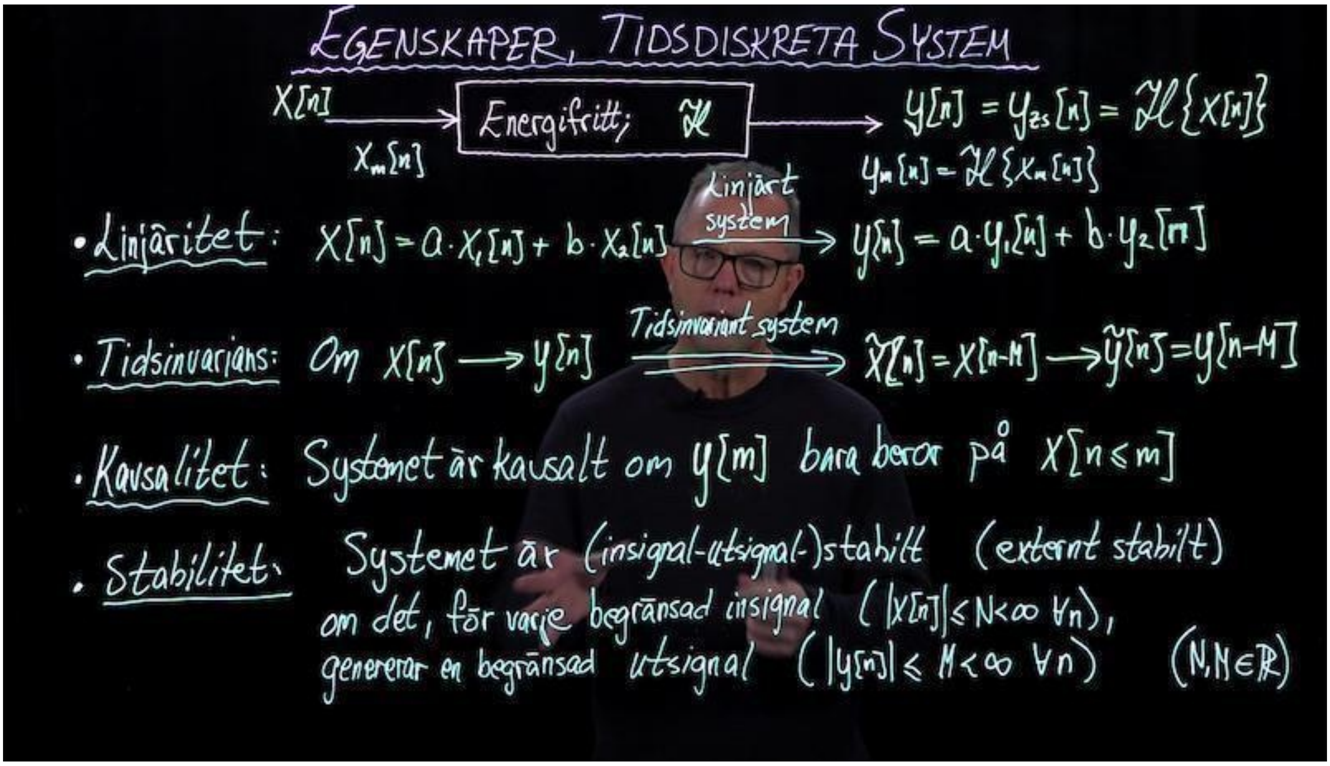


* Komplexa exponentialsekvensen $e^{j\Omega_0 n}$ (8:17)
    * Cosinussekvensen $\cos(\Omega_0 n)$ och sinussekvensen $\sin(\Omega_0 n)$ (9:50)
    * Villkor för frekvenssignalers periodicitet (10:57)
    * Den högsta praktiska normerade vinkelfrekvensen är π rad (13:08)
    * Alternerande enhetssekvensen $(-1)^n$ (14:44)

Redan för några föreläsningar sedan, i samband med sampling och rekonstruktion, så träffade vi på den normerade vinkelfrekvensen $\Omega = \omega T$.
Jag sade då att man vid frekvensanalys av tidsdiskreta signaler och system hellre uttrycker spektrumet som funktion av Ω i stället för ω.
Detta eftersom det inte alltid är så att x[n] uppkommit från en sampling.

Från och med nu, så är det därför Ω som används som (normerad) vinkelfrekvens-variabel för tidsdiskreta signaler och system. Kursboken använder sällan normerad frekvens, men det gör vi däremot i kursen:
$\Omega = 2\pi\Theta$, där Θ är den (dimensionslösa) normerade frekvensen.

Egenskaper hos tidsdiskreta system



Definition av de viktigaste egenskaperna hos tidsdiskreta system:

* Inledning (0:00)
* Linjäritet (0:45)
* Tidsinvarians (2:08)
* Kausalitet (3:28)
* Stabilitet (4:43)

Som du märker, när du ser på videon, så är dessa systemegenskaper i grunden samma som för tidskontinuerliga system. Inget relolutionerande nytt, alltså, men vi behöver formulera och använda dessa definitioner även för tidsdiskreta system.