Exempel 8

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 5\frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + x(t)$$

Lös diff.ekvationen för $t \geq 0$ då $\begin{cases} y(0-)=2, \; \dfrac{dy(0-)}{dt} = 1 \\ x(t) = e^{-4t}u(t) \end{cases}$

$$\mathcal{L}_I\{VL\} = \mathcal{L}_I\{HL\} \quad \Rightarrow$$

$$\left(s^2Y(s) - s\cdot \underbrace{y(0-)}_{=2} - \underbrace{\frac{dy(0-)}{dt}}_{=1}\right) + 5\left(s\cdot Y(s) - \underbrace{y(0-)}_{=2}\right) + 6Y(s) = \left(sX(s) - \underbrace{x(0-)}_{=0}\right) + X(s)$$

$$\Rightarrow s^2Y(s) - 2s - 1 + 5(sY(s) - 2) + 6Y(s) = s\cdot\frac{1}{s+4} + \frac{1}{s+4}$$

$$\Rightarrow (s^2+5s+6)Y(s) = \frac{s+1}{s+4} + \frac{(2s+11)(s+4)}{s+4} = \frac{2s^2+20s+45}{s+4}$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{2s^2+20s+45}{\underbrace{(s^2+5s+6)}_{=(s+2)(s+3)}(s+4)} = \Big/ \text{Partialbråksuppdela ("Handpåläggning")} \Big/$$

$$= \frac{13}{2}\cdot\frac{1}{s+2} - 3\cdot\frac{1}{s+3} - \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{s+4}$$

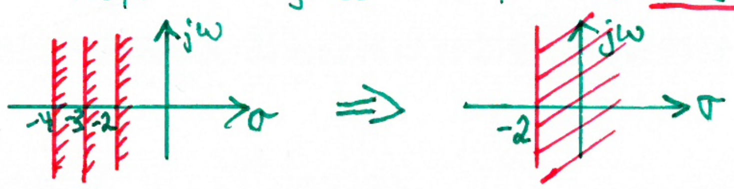
Konv.omr: $\operatorname{Re}\{s\} > -2$ $\quad$ $\operatorname{Re}\{s\} > -3$ $\quad$ $\operatorname{Re}\{s\} > -4$

($Y(s)$ är enkelsidig transform $\Rightarrow$ alla termer har högersidigt konvergensområde)

Formelsaml. Tab. 5:11 $\Rightarrow$

$$y(t) = \left(\frac{13}{2}e^{-2t} - 3e^{-3t} - \frac{3}{2}e^{-4t}\right)u(t)$$

(Anm: Konv.området för $Y(s)$ är snittet av de tre termernas resp. konvergensområde, dvs. $\operatorname{Re}\{s\} > -2$



)