

Fråga	$x(t) \Leftrightarrow C_n, D_n$			$x(t) \Leftrightarrow X(\omega)$			$x(t) \Leftrightarrow X(s)$			$x[n] \Leftrightarrow X[z]$			$x[n] \Leftrightarrow X[\Omega]$		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Svar	c	c	b	c	b	d	d	d	c	c	a	a	a	b	a

① $D_n = \frac{C_n}{2} e^{j\theta_n} \Rightarrow |D_n| = \frac{C_n}{2} \Rightarrow \text{C}$
(dvs. $C_n = 2|D_n|$)

② $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n \cdot e^{jn\omega_0 t} \Rightarrow$
 $x(a \cdot t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n \cdot e^{jn(a\omega_0)t}$
 Här finns informationen om signalens grundvinkelfrekvens/periodtid
 \Rightarrow Summa komplexa fouriersseriekoefficienter, oavsett tidsskalingen av $x(t) \Rightarrow \text{C}$

③ $D_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{1}{T_0=2 \text{ sek}} \int_{T_0} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$
 $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \pi \text{ rad/s}$
 $= \frac{1}{2} \left(\int_0^1 3 e^{-jn\pi t} dt + \int_1^2 (-3) e^{-jn\pi t} dt \right)$
 $= \frac{3}{2} \left(\left[\frac{e^{-jn\pi t}}{-jn\pi} \right]_0^1 - \left[\frac{e^{-jn\pi t}}{-jn\pi} \right]_1^2 \right)$
 $= \frac{3}{-jn\pi \cdot 2} \left(e^{-jn\pi} - e^0 - (e^{-jn2\pi} - e^{-jn\pi}) \right) = (-1)^n$
 $= \frac{3(1 - (-1)^n)}{jn\pi} = \begin{cases} 0; & \text{jämma } n \neq 0 \\ \frac{6}{jn\pi}; & \text{udda } n \end{cases} \Rightarrow \text{b}$
 $D_0 = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t) e^0 dt = \dots = 0$ (ses även direkt i figuren)

n ≠ 0 ty division med n i prim. fn.

- ④ • $\int_{-\infty}^{\infty} |u(t)| dt = \infty \Rightarrow \mathcal{F}\{u(t)\}$ existerar inte enligt grunddefinitionen. Dock existerar den "i distributionsmening" (vilket i praktiken innebär att fouriertransformen innehåller någon diracimpuls).
- Man kan ^{alternativt} "lätt" visa att $\mathcal{L}\{u(t)\} = \frac{1}{s}$; $\operatorname{Re}\{s\} > 0$, dvs. vi kan inte erhålla $\mathcal{F}\{u(t)\}$ genom att sätta in $s = j\omega$ (eftersom $j\omega$ -axeln inte ingår i konvergensområdet för $\mathcal{L}\{u(t)\}$) \Rightarrow ③ är felaktig
 - Alternativt kan man se att a, b och d är korrekta, vilket innebär att ③ är felaktig ☺

⑤
$$\underbrace{X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt}_{\text{Fourier transform}} \Leftrightarrow X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\}$$

$$\Rightarrow X(\omega - \omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j(\omega - \omega_0)t} dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{j\omega_0 t} \cdot e^{-j\omega t} dt$$

$$\Rightarrow X(\omega - \omega_0) = \mathcal{F}\{x(t) e^{j\omega_0 t}\} \Rightarrow \text{⑥}$$

⑥
$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{0^-} e^{2t} e^{-j\omega t} dt + \int_0^{\infty} e^{-2t} e^{-j\omega t} dt$$

$$= \left[\frac{e^{(2-j\omega)t}}{2-j\omega} \right]_{-\infty}^{0^-} + \left[\frac{e^{-(2+j\omega)t}}{-(2+j\omega)} \right]_0^{\infty}$$

$$= \frac{e^0 - \lim_{t \rightarrow -\infty} e^{2t} \cdot e^{-j\omega t}}{2-j} + \frac{\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-2t} \cdot e^{-j\omega t} - e^0}{-(2+j\omega)}$$

$$= \frac{1}{2-j\omega} + \frac{1}{2+j\omega} = \frac{2+j\omega + 2-j\omega}{(2-j\omega)(2+j\omega)} = \frac{4}{4+\omega^2} \Rightarrow \text{④}$$

⑦ Om $X(s)$ har konvergensområde $\text{Re}\{s\} > 3$,
 så har $X(s-s_0)$ konvergensområde $\text{Re}\{s-s_0\} > 3$,
 dvs. $\text{Re}\{s-3-2j\} = \text{Re}\{s-3\} > 3 \Rightarrow \text{Re}\{s\} > 6 \Rightarrow$ ①

⑧ Konvergensområdet för $X(s) + W(s)$ är lika
 med snittet av de två transformernas konvergens-
 områden (dvs. det område i s -planet som gäller för
 både $X(s)$ och $W(s)$). $\text{Re}\{s\} > 2$ resp. $\text{Re}\{s\} < 1$
 ger dock inget sådant sammansatt konvergensområde
 $\Rightarrow \mathcal{L}\{x(t)+w(t)\}$ existerar inte \Rightarrow ①

⑨ $\int_{-\infty}^{\infty} \{4u(t) + 3e^{2t}u_0(-t)\}$

$$= \int_0^{\infty} 4e^{-st} dt + \int_{-\infty}^0 3e^{2t}e^{-st} dt = e^{(2-s)t}$$

$$= 4 \left[\frac{e^{-st}}{-s} \right]_0^{\infty} + 3 \left[\frac{e^{(2-s)t}}{2-s} \right]_{-\infty}^0 = \left/ s = \sigma + j\omega \right/$$

$$= \frac{4}{-s} \left(\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\sigma t} e^{-j\omega t} - e^0 \right) + \frac{3}{2-s} \left(e^0 - \lim_{t \rightarrow -\infty} e^{(2-\sigma)t} e^{j\omega t} \right)$$

$= 0$ om $\sigma > 0$ $= 0$ om $2-\sigma > 0$
 dvs. $\sigma < 2$

$$= \frac{4}{s} - \frac{3}{s-2} = \frac{4(s-2) - 3s}{s(s-2)}$$

$$= \frac{s-8}{s^2-2s} \Rightarrow$$

③ $\left(\begin{array}{l} \text{Konv. omr.} \\ 0 < \sigma < 2 \\ \text{där } \sigma = \text{Re}\{s\} \end{array} \right)$

(10) Samband (c) är korrekt

$$(11) \mathcal{Z}_{\#} \{x[n]\} = X_{\#}[z] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot z^{-n} \quad \star$$

$$\Rightarrow \mathcal{Z}_{\#} \{x[-n]\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[-n] \cdot z^{-n} = /k=-n/$$

$$= \sum_{k=\infty}^{-\infty} x[k] \cdot z^k = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot (z^{-1})^{-k}$$

$$= /Jfr. med/ = X_{\#}[z^{-1}] = \underline{X_{\#}[\frac{1}{z}]} \Rightarrow \textcircled{a}$$

$$(12) \mathcal{Z}_{\#} \{2^n \cdot u[n-2] + u[n]\} =$$

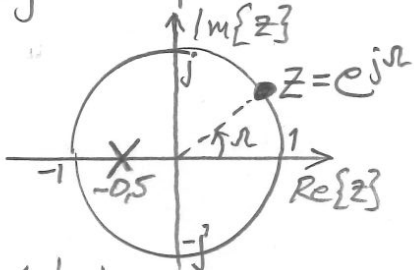
$$= \sum_{n=2}^{\infty} 2^n \cdot z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} 1 \cdot z^{-n}$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{2}{z}\right)^n + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{z}\right)^n = \left. \begin{array}{l} \text{Summorna} \\ \text{konvergerar om} \\ |z| < 2 \text{ resp. } |z| < 1 \\ \text{dvs. } |z| > 2 \text{ resp. } |z| > 1 \end{array} \right\}$$

$$= \left(\frac{2}{z}\right)^2 \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{z}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{z}}$$

$$= \frac{4}{z(z-2)} + \frac{z}{z-1} = \frac{4(z-1) + z \cdot z(z-2)}{z(z-2)(z-1)}$$

$$= \frac{z^3 - 2z^2 + 4z - 4}{z(z-2)(z-1)} \quad (|z| > 2) \Rightarrow \textcircled{a}$$

- 13 $X[z] = \frac{z}{z+0,5}$ ($|z| > 0,5$) har en singular punkt (en pol) i $z = -0,5$
- Eftersom $X[\Omega]$ är lika med $X[z]$ längs enhetscirkeln, dvs. $X[\Omega] = X[z]|_{z=e^{j\Omega}}$, så har $|X[\Omega]|$ lokala minima för Ω -värden då $z = e^{j\Omega}$ ligger längst bort från den singulära punkten, dvs. vid $z = 1 = e^{j0}$, dvs. $\Omega = 0$ rad \Rightarrow a
- (z -transformens nollställen, dvs. z -värden där $X[z] = 0$, påverkar också $|X[\Omega]|$, men här finns ett sådant nollställe ($z = 0$), vilket påverkar $|X[\Omega]|$ lika mycket för alla Ω -värden)
- 

- 14 $X[\Omega] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n}$, dvs. $\mathcal{F}\{x[n]\} = X[\Omega]$
- $\Rightarrow X[\Omega + \Omega_0] + X[\Omega - \Omega_0] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j(\Omega + \Omega_0)n} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j(\Omega - \Omega_0)n}$
- $= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] (e^{-j\Omega_0 n} + e^{j\Omega_0 n}) e^{-j\Omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot 2 \cos(\Omega_0 n) e^{-j\Omega n}$
- dvs. $\mathcal{F}^{-1}\{X[\Omega + \Omega_0] + X[\Omega - \Omega_0]\} = 2 x[n] \cos(\Omega_0 n) \Rightarrow$ b

- 15 $X[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X[\Omega] e^{j\Omega n} d\Omega =$
- $= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} j\pi (\delta(\Omega + \frac{\pi}{3}) - \delta(\Omega - \frac{\pi}{3})) e^{j\Omega n} d\Omega$
- $= \frac{j}{2} \left(\int_{-\pi}^{\pi} \delta(\Omega + \frac{\pi}{3}) e^{j\Omega n} d\Omega - \int_{-\pi}^{\pi} \delta(\Omega - \frac{\pi}{3}) e^{j\Omega n} d\Omega \right)$
- $= \frac{j}{2} (e^{j(\frac{-\pi}{3})n} - e^{j\frac{\pi}{3}n}) = \frac{e^{j\frac{\pi}{3}n} - e^{-j\frac{\pi}{3}n}}{2j}$
- $= \sin(\frac{\pi}{3}n) \Rightarrow$ a